



TECNOLÓGICO NACIONAL DE MÉXICO  
Instituto Tecnológico de Ciudad Madero



# INSTITUTO TECNOLÓGICO DE CIUDAD MADERO

---

---

DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO  
E INVESTIGACIÓN

## Opción I: Tesis Profesional

### **”BIFURCACIONES EN SISTEMA DE GENERACIÓN DE ENERGÍA EÓLICA CONSIDERANDO VARIACIONES DE VIENTO”**

**Que para obtener el título de:**  
Maestro en Ingeniería Eléctrica

**Presenta:**  
Ing. María Angélica Hernández Colín

**Numero de Control:**  
G07071173

**Director de Tesis**  
Dr. Ruben Salas Cabrera

**Co-Director de Tesis**  
Dr. Pedro Martín García Vite

Ciudad Madero, Tamaulipas, México

Mayo 2015



"2015, Año del Generalísimo José María Morelos y Pavón"

Cd. Madero, Tamps; a 05 de Junio de 2015.

OFICIO No.: U2.096/15  
AREA: DIVISIÓN DE ESTUDIOS  
DE POSGRADO E INVESTIGACIÓN  
ASUNTO: AUTORIZACIÓN DE IMPRESIÓN DE TESIS

**C. ING. MARÍA ANGÉLICA HERNÁNDEZ COLÍN.**  
**NO. DE CONTROL G07071173**  
**PRESENTE**

Me es grato comunicarle que después de la revisión realizada por el Jurado designado para su examen de grado de Maestría en Ingeniería Eléctrica, el cual está integrado por los siguientes catedráticos:

PRESIDENTE :	DR. RUBÉN SALAS CABRERA
SECRETARIO :	DR. PEDRO MARTÍN GARCÍA VITE
VOCAL :	M.C. EDUARDO NACÚ SALAS CABRERA
SUPLENTE:	M.C. RAFAEL CASTILLO GUTIÉRREZ
DIRECTOR DE TESIS :	DR. RUBÉN SALAS CABRERA
CO-DIRECTOR DE TESIS:	DR. PEDRO MARTÍN GARCÍA VITE

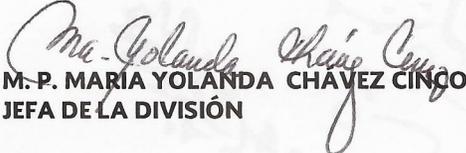
Se acordó autorizar la impresión de su tesis titulada:

**"BIFURCACIONES EN SISTEMA DE GENERACIÓN DE ENERGÍA EÓLICA  
CONSIDERANDO VARIACIONES DE VIENTO"**

Es muy satisfactorio para esta División compartir con Usted el logro de esta meta, esperando que continúe con éxito su desarrollo profesional y dedique su experiencia e inteligencia en beneficio de México.

**ATENTAMENTE**

"Por mi patria y por mi bien"®

  
**M. P. MARÍA YOLANDA CHÁVEZ CINCO**  
**JEFA DE LA DIVISIÓN**

c.c.p.- Minuta  
Archivo

MYCHC 'HCV' jar  
✕ ✕



*”Cada logro que valga la pena, grande o pequeño, tiene sus etapas de fracasos y triunfos, un comienzo, una lucha y una victoria”*

*-Mahatma Gandhi-*

# *Dedicatoria*

*Esta Tesis se la dedico a mis padres  
por apoyarme en este camino.*

*A mi hermana, por apoyarme y  
estimularme a seguir adelante.*

*A mi novio, por su amor incondicional que  
me alentó para continuar y no rendirme.*

*A mi Charly porque con su compañía  
y amor me hizo feliz.*

# *Agradecimientos*

*Al Consejo Nacional de Ciencia Y Tecnología (CONACYT)  
por brindarme el apoyo económico para poder emprender de este  
proyecto de tesis y finalizar mis estudios de Mestría.*

*Al Instituto Tecnológico de Cd. Madero y al Departamento  
de Estudios de Posgrado e Investigación.*

*A mi asesor y director de tesis el Dr. Rubén Salas Cabrera  
por compartir conmigo parte de sus conocimientos, por creer en mi  
como estudiante y por el apoyo en tiempos difíciles.*

*A mi novio Joe por sus palabras de aliento para  
seguir siempre adelante.*

# **Bifurcaciones en sistema de Generación de Energía Eólica Considerando Variaciones de Viento**

## **Resumen**

**Ing. María Angélica Hernández Colín**

En este trabajo se realiza un estudio de bifurcación a un sistema de generación eólico con el fin de encontrar bifurcaciones (multiplicidad de equilibrios) para prevenir un posible mal funcionamiento que conlleve a comportamientos indeseados.

Se lleva a cabo un estudio de bifurcación aplicando el método de continuación al modelo matemático del sistema, el cual es modelado a partir de las ecuaciones de la máquina de imanes permanentes en marco de referencia rotor en conjunto con la ecuación de la turbina eólica. Se considera para este análisis la velocidad del viento como el parámetro de bifurcación, siendo la variable significativa el par eléctrico.

El sistema es simulado mediante el software Matlab y mediante programación se evidencian las bifurcaciones presentes en el sistema. Las bifurcaciones son caracterizadas por su forma cualitativa. Además, se realiza un estudio de estabilidad para los equilibrios que conforman el diagrama de bifurcación.

# Índice general

<b>Pensamiento</b>	<b>II</b>
<b>Dedicatoria</b>	<b>III</b>
<b>Agradecimientos</b>	<b>IV</b>
<b>Resumen</b>	<b>V</b>
<b>Indice General</b>	<b>VI</b>
<b>Indice de Figuras</b>	<b>X</b>
<b>Indice de Tablas</b>	<b>XI</b>
<b>1. Introducción</b>	<b>1</b>
1.1. Antecedentes . . . . .	2
1.1.1. Estudio de sistemas dinámicos mediante la teoría de bifurcaciones. . .	3
1.2. Planteamiento del problema a solucionar. . . . .	5
1.3. Justificación de la implementación y/o desarrollo. . . . .	8
1.4. Objetivos . . . . .	9
1.4.1. Objetivo general . . . . .	9
1.4.2. Objetivo específico . . . . .	9
1.5. Hipótesis del Trabajo . . . . .	9
1.6. Metodología a seguir . . . . .	10
1.7. Alcances y limitaciones . . . . .	12

<b>2. Marco Teorico</b>	<b>14</b>
2.1. Turbinas Eolicas . . . . .	15
2.1.1. Energía Eólica . . . . .	15
2.1.2. Diseños de Turbinas Eólicas . . . . .	16
2.2. Fallas en turbinas eólicas . . . . .	20
2.3. Teoría de Bifurcaciones . . . . .	21
2.4. Descripción de las bifurcaciones más típicas. . . . .	21
2.4.1. Bifurcación “Saddle-Node” . . . . .	21
2.4.2. Bifurcación “Transcritical” . . . . .	23
2.4.3. Bifurcación tridente o pitchfork . . . . .	25
2.5. Teoría básica del Método de continuación . . . . .	28
<b>3. Sistema de Generacion Eolico</b>	<b>31</b>
3.1. Ecuaciones de la Maquina de Imanes Permanentes Operación Generador . . . . .	32
3.2. Ecuaciones de la Turbina Eólica . . . . .	34
<b>4. Identificación de Parámetros</b>	<b>37</b>
4.1. Identificación de parámetros desconocidos . . . . .	38
4.1.1. Resistencia del estator $r_s$ . . . . .	38
4.1.2. Calculo del parámetro $\lambda_m$ . . . . .	40
4.2. Parámetros reales del sistema . . . . .	43
<b>5. Conversión a Por Unidad (P.U.)</b>	<b>45</b>
5.1. Sistema por Unidad (pu) . . . . .	46
5.1.1. Valores Base . . . . .	46
5.2. Conversión de las ecuaciones de la maquina a P.U. . . . .	47
5.3. Conversion de la ecuacion de la turbina a P.U. . . . .	49
5.4. Modelo del Sistema Completo en P.U. . . . .	50
5.5. Simulación del Modelo del Sistema en P.U. . . . .	50

<b>6. Implementacion del Metodo de Continuacion</b>	<b>59</b>
6.1. Explicación del Método de continuación . . . . .	60
<b>7. Bifurcaciones</b>	<b>68</b>
7.1. Bifurcaciones en el Sistema Eólico . . . . .	69
7.1.1. Estabilidad . . . . .	70
7.2. Programa de Continuación . . . . .	74
<b>8. Conclusiones</b>	<b>78</b>
<b>Referencias</b>	<b>82</b>

# Índice de figuras

1.1. Ilustracion de un sistema eólico de generación de energía eléctrica. . . . .	2
1.2. Ilustracion de bifurcaciones en la respuesta de un sistema. . . . .	3
1.3. Generador de Imanes Permanentes. . . . .	7
1.4. Esquemático del proceso a seguir. (CORREGIR MODELO ORDEN 3) . . . .	8
1.5. Esquema básico a bloques de sistema planteado. . . . .	10
1.6. Esquemático representativo de la simulación experimental del sistema eólico planteado. . . . .	11
1.7. Metodología a seguir. . . . .	12
2.8. Turbina Eólica de eje horizontal. . . . .	17
2.9. Turbina Eólica de eje vertical. . . . .	18
2.10. Fallas en turbinas eólicas. . . . .	20
2.11. Diagrama de bifurcación para un turning point abierto a la izquierda. . . . .	22
2.12. Diagrama representativo de una bifurcación transcritical. . . . .	24
2.13. Bifurcaciones tipo pitchfork. . . . .	26
2.14. Bifurcación pitchfork. . . . .	27
2.15. Proceso del método de continuación basado en predictor-corrector. . . . .	29
2.16. Método de continuación predictor-corrector. . . . .	29
2.17. Evolucion de un sistema ante la variación de dos parámetros de bifurcación. . .	30
3.18. Curva del Modelo de $C_p(\lambda)$ . . . . .	36
4.19. Programa en Rtai-Lab para captura de voltajes. . . . .	41
5.20. Curva característica de la Máquina de imanes permanentes en P.U. . . . .	51

5.21. Curva de Par Mecanico . . . . .	53
5.22. Curva característica de $T_e - \omega_r$ y Par Mecanico $T_L$ . . . . .	55
5.23. Curva característica de $T_e - \omega_r$ y Par Mecanico $T_L$ con una $V_w = 4$ . . . . .	56
5.24. Curva característica de $T_e - \omega_r$ y Par Mecanico $T_L$ con una $V_w = 5$ . . . . .	57
7.25. Diagrama de bifurcación tipo Histeresis. . . . .	69
7.26. Comportamiento de los eigenvalores del sistema. . . . .	71
7.27. Acercamiento en el plano complejo del eigenvalor critico. . . . .	72
7.28. Diagrama de bifurcacion con caracterizacion de estabilidad. . . . .	73

# Índice de tablas

2.1. Algunas Especificaciones Técnicas de Turbinas Eólicas.[9] . . . . .	19
4.2. Registro de dato para las fases $a - b$ . . . . .	39
4.3. Registro de dato para las fases $b - c$ . . . . .	39
4.4. Registro de dato para las fases $c - a$ . . . . .	40
4.5. Registro para el calculo de $\lambda_m$ . . . . .	42

# *Capitulo* **1**

---

---

## *Introducción*

En este capitulo se presentan los antecedentes de la investigación que se realizo, así como el planteamiento del problema a solucionar, la justificación del trabajo los objetivos generales y específicos, la hipótesis planteada y la metodología a seguir para la solución del problema.

## 1.1. Antecedentes

La energía eólica es la energía obtenida del viento convertida mediante el uso de máquinas eólicas llamadas aerogeneradores, capaces de transformar la energía del viento en energía mecánica de rotación utilizable para la producción de energía eléctrica, ver Fig. 1.1.

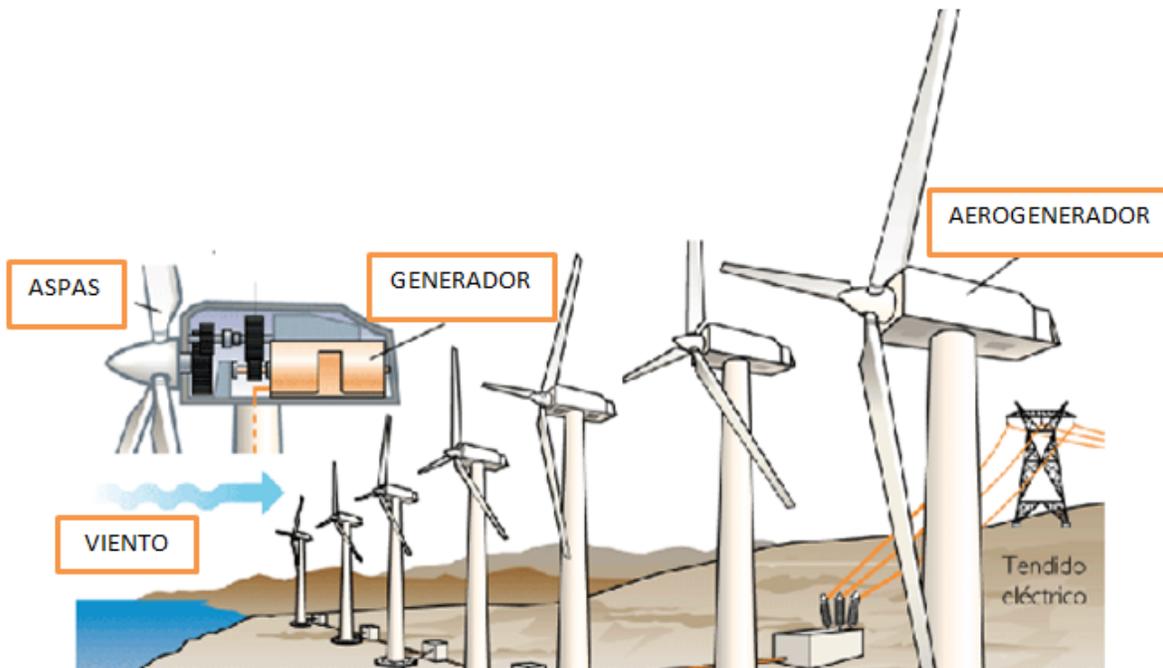


Figura 1.1: Ilustración de un sistema eólico de generación de energía eléctrica.

En los sistemas de energía eólica el viento provoca el movimiento de las hélices y mediante un sistema mecánico se hace girar el rotor de un generador, el cual realiza la conversión de energía mecánica a eléctrica. Debido a que la intermitencia del viento no es un factor constante en la naturaleza, los sistemas de generación eólicos deben ser diseñados cuidadosamente y analizados para mantener una operación estable. A este análisis se le llama Teoría de Bifurcación y es realizado para detectar la presencia de fenómenos de bifurcación en el sistema.

Una bifurcación en el ámbito de los sistemas dinámicos, se define como un cambio cuali-

tativo en el comportamiento o respuesta de un sistema y esta es consecuencia de una variación numérica del o los parámetros de bifurcación del sistema [1]. Un ejemplo de bifurcación en un sistema es representado en la Fig. 1.2. en donde  $x$  es la respuesta del sistema y  $r$  la variable o parámetro de bifurcación. Se evidencia como cambia la respuesta del sistema ante variaciones en  $r$ .

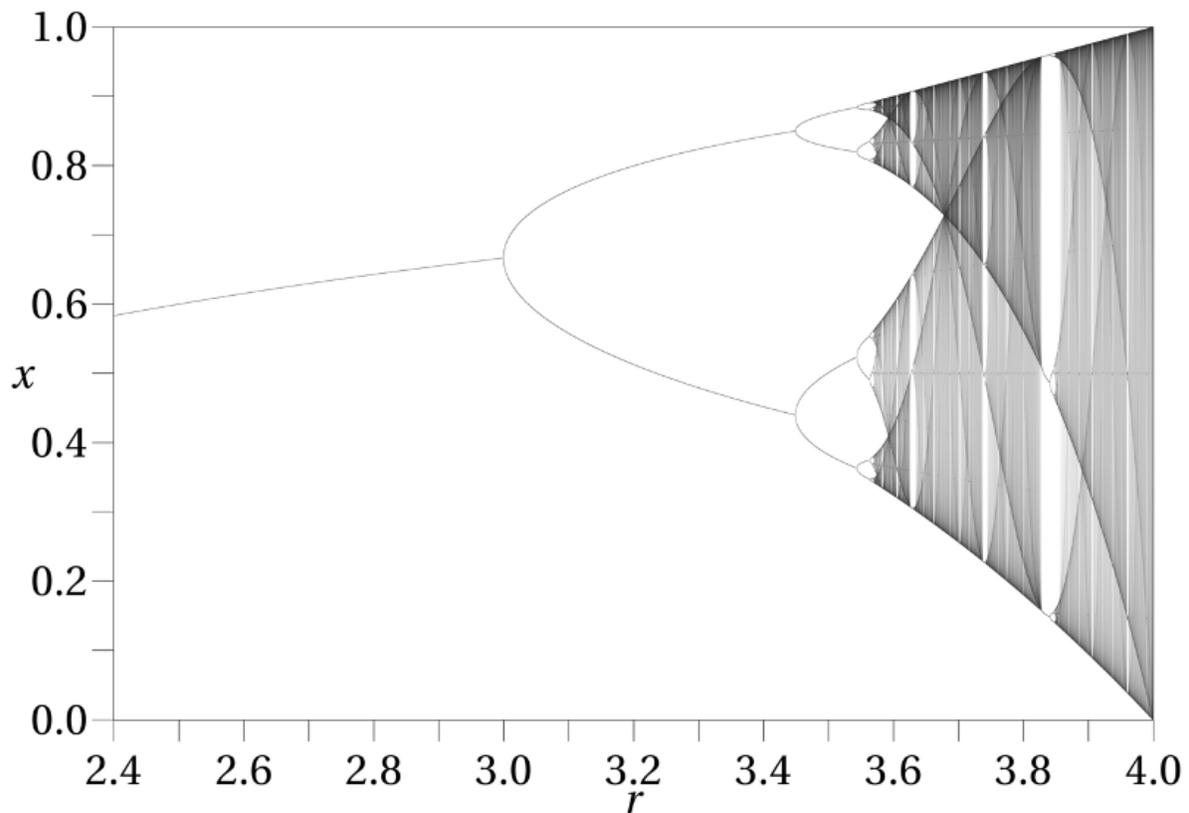


Figura 1.2: Ilustración de bifurcaciones en la respuesta de un sistema.

### 1.1.1. Estudio de sistemas dinámicos mediante la teoría de bifurcaciones.

La utilización de la Teoría de bifurcación ha pasado de ser un tema de dominio puramente matemático a alcanzar gran aceptación en temas de ingeniería aplicada e incluso cierta tradi-

ción en el análisis de sistemas dinámicos.

Investigaciones actuales han utilizado la teoría de bifurcaciones concentrando su uso en Ingeniería con fines prácticos. Un ejemplo claro es el trabajo desarrollado en 2010 por un estudiante de la Universidad Tecnológica de Pereira [2] enfocado al análisis de la estabilidad de diferentes sistemas eléctricos de potencia utilizando la teoría de bifurcaciones. Este estudio se enfoca a fenómenos como la bifurcación Hopf y la Silla nodo obtenidas en los sistemas para determinados puntos de operación variando uno solo de los parámetros de los sistemas. Además, aborda la utilización de controladores en los sistemas analizados como reguladores automáticos de tensión, estabilizadores de sistemas de potencia y compensadores estáticos de Vares. Esto con el fin de estudiar los efectos que tienen sobre la aparición o desaparición de las bifurcaciones [2]. El estudio concluye que la teoría de bifurcaciones es una gran herramienta para identificar las regiones de mayor estabilidad y para explicar las consecuencias que se pueden tener cuando se presentan disturbios en el sistema.

Sin embargo esta gran herramienta tiene aún un amplio espectro de posibilidades no tratadas en el campo de las energías renovables, más específicamente en sistemas de energía eólica. Algunas primeras investigaciones en sistemas eólicos son enfocadas al estudio de la estabilidad de la tensión debido a los continuos cambios paramétricos, característicos de un sistema de generación de energía eólica, un ejemplo de este enfoque se presenta en el artículo: “Study on effect of wind power system parameters for Hopf bifurcation based on continuation method” [3]. La investigación utiliza como parámetros de bifurcación la potencia activa, reactiva y la admitancia de la red del sistema. Un único parámetro de punto de bifurcación Hopf y dos parámetros límite de bifurcación Hopf son calculados basándose en el método de continuación utilizando la teoría de la bifurcación con modelos dinámicos de sistemas de energía eólica. Este trabajo complementariamente analiza el papel de control del compensador estático var (SVC) en la bifurcación de Hopf.

Los resultados de la investigación mostraron que diferentes cambios paramétricos causan diferentes efectos en la bifurcación Hopf además de que el compensador de variación estática incrementa la región de estabilidad del voltaje del sistema.

El estudio “Conditions for Saddle-Node Bifurcations in AC/DC Power Systems” [4] presenta relevancia gracias al aporte de información que contiene sobre el análisis de un sistema de potencia por medio de dos métodos distintos para el análisis de bifurcaciones en sistemas dinámicos, los cuales son el Método Directo (Punto de Colapso) y Método de Continuación lo que muestra un punto de comparación ante el método y los resultados posibles a encontrar.

El trabajo que se desarrolla se basa en el estudio del comportamiento de un sistema de generación de energía eólica para comprender las posibles respuestas en un punto de bifurcación ante la variación del viento, intentando así contribuir en el aporte de información al área de estudio antes mencionada.

## **1.2. Planteamiento del problema a solucionar.**

Dentro del campo de estudio de los sistemas dinámicos no lineales, se pretende estudiar el sistema de generación de energía eólica propuesto por las ecuaciones (1.1) a (1.3) pertenecientes a un motor de Imanes Permanentes como generador en marco de referencia rotor [1]. Adicionalmente se tiene la ecuación de la turbina eólica [5] dada por la ecuación 1.4 que representa el par mecánico  $T_L$  aplicado al generador, en función de la velocidad del viento  $V_w$ . En estos tipos sistemas dinámicos la aparición de fenómenos de bifurcación es una posibilidad muy frecuente.

$$\frac{d}{dt}[i_{qs}] = \frac{\omega_b}{X_q} \left( -i_{qs}r_L - i_{qs}r_s - \frac{\omega_r}{\omega_b}i_{ds}X_d + \frac{\omega_r}{\omega_b}\lambda_m \right) \quad (1.1)$$

$$\frac{d}{dt}[i_{ds}] = \frac{\omega_b}{X_d} \left( -i_{ds}r_L - i_{ds}r_s + \frac{\omega_r}{\omega_b}i_{qs}X_q + \frac{d}{dt} \left( \frac{1}{\omega_b} \right) \lambda_m \right) \quad (1.2)$$

$$\frac{d}{dt}w_r = \frac{P T_e - T_L}{2 J} \quad (1.3)$$

$$T_L = \frac{1}{2\omega_t} \rho A_r C_p(\lambda, \theta) V_w^3 \quad (1.4)$$

Donde:

- $T_L$  es el par aplicado al eje del generador;
- $\rho$  densidad del aire  $\left[ \frac{kg}{m^3} \right]$ ;
- $A_r$  es el area que cubre el rotor  $[m^2]$ ;
- $C_p(\lambda, \theta)$  es el coeficiente de potencia;
- $V_w$  es la velocidad del viento ;

Siendo esta ultima el parámetro elegido como variable de parametrización para este trabajo.

Anteriormente se definió una bifurcación como un cambio cualitativo que genera una modificación en la respuesta del sistema. Las bifurcaciones se pueden generar ante la variación o perturbación de algún parámetro del sistema. Un ejemplo de esto es la variación de viento

---

<sup>1</sup><http://www.windbluepower.com/>

## 1.2. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA A SOLUCIONAR.

---



Figura 1.3: Generador de Imanes Permanentes.<sup>1</sup>

que capta un aerogenerador.

Aunque un sistema eólico está diseñado para trabajar ante la variación del viento, pueden presentarse condiciones operativas extremas que desencadenen la modificación de los equilibrios existentes del sistema o la creación de múltiples equilibrios ya sean estables o inestables ante un mismo valor del parámetro. Las consecuencias que surgen ante la aparición de una bifurcación pueden perjudicar la respuesta del sistema eólico y con esto provocar algún tipo de daño en él.

Por esta razón, los fenómenos de bifurcación son normalmente considerados eventos indeseables para cualquier sistema dinámico. Aunque en algunos casos pueden ser de gran utilidad para conseguir alguna condición operativa deseada para el sistema que se esté trabajando.

### 1.3. JUSTIFICACIÓN DE LA IMPLEMENTACIÓN Y/O DESARROLLO.

---

Debido a la problemática planteada se pretende desarrollar el estudio de bifurcación al sistema de generación eólico planteado (1.1)-(1.3) con la finalidad de determinar o descartar la existencia de bifurcaciones en el sistema así como de establecer la estabilidad de los equilibrios Fig.(1.4).

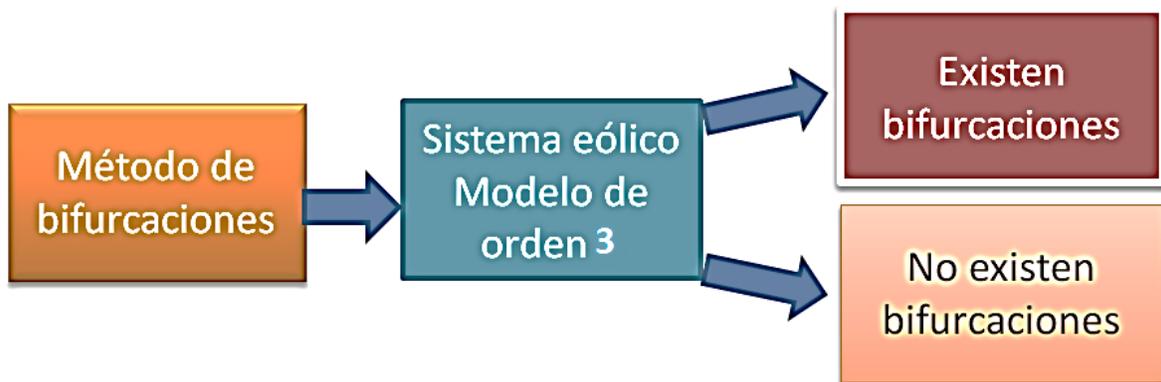


Figura 1.4: Esquemático del proceso a seguir. (CORREGIR MODELO ORDEN 3)

### 1.3. Justificación de la implementación y/o desarrollo.

Al plantear el modelo de un sistema de generación de energía eólica, se considera necesario realizar un estudio completo del sistema mediante un análisis de bifurcación con el fin de identificar las condiciones paramétricas ante las cuales exista algún fenómeno de bifurcación y así determinar las diferentes respuestas que pueden generarse considerando la variación del viento.

De este modo se dejara establecido el comportamiento estable e inestable del sistema para futuros trabajos, siendo esto un aporte de conocimientos a este campo de estudio poco desarrollado en nuestro país como lo es el de los sistemas de generación eólicos. De esta manera

se propiciara mejorar en un futuro las implementaciones de los sistemas eólicos así como mejorar su eficiencia.

## **1.4. Objetivos**

### **1.4.1. Objetivo general**

El objetivo general es el estudio del sistema eólico mediante la Teoría de bifurcaciones para conocer a fondo las posibles respuestas de este ante variaciones paramétricas y con esto mejorar el aprovechamiento de energía.

### **1.4.2. Objetivo específico**

Objetivo específico: Conocer mediante el estudio de bifurcación en el sistema eólico planteado los fenómenos de bifurcación existentes ante la variación del parámetro específico a estudiar (viento) y analizar las consecuencias y alteraciones que se presenten en los equilibrios del sistema a partir de la aparición de estos fenómenos, definiendo su operación estable e inestable.

## **1.5. Hipótesis del Trabajo**

Se presenta un sistema de generación de energía eólica el cual propone como máquina-generadora un Motor de Imanes Permanentes cuyo modelo de orden 3 es representado por las ecuaciones (1.1)-(1.3) en las cuales se describe la dinámica del sistema. Acoplado al generador, se utiliza una turbina eólica (Fig.1.5) cuya ecuación se define como el par  $T_L$  que será la entrada del sistema. Por lo tanto  $-P_w = -T_L$ .

En la ecuación (1.4) se puede constatar la dependencia de la ecuación de la turbina al parámetro de estudio elegido para este trabajo (la velocidad del viento). Al existir variación en la velocidad del viento  $V_w$  repercutirá directamente en el par  $T_L$  aplicado al generador. Por

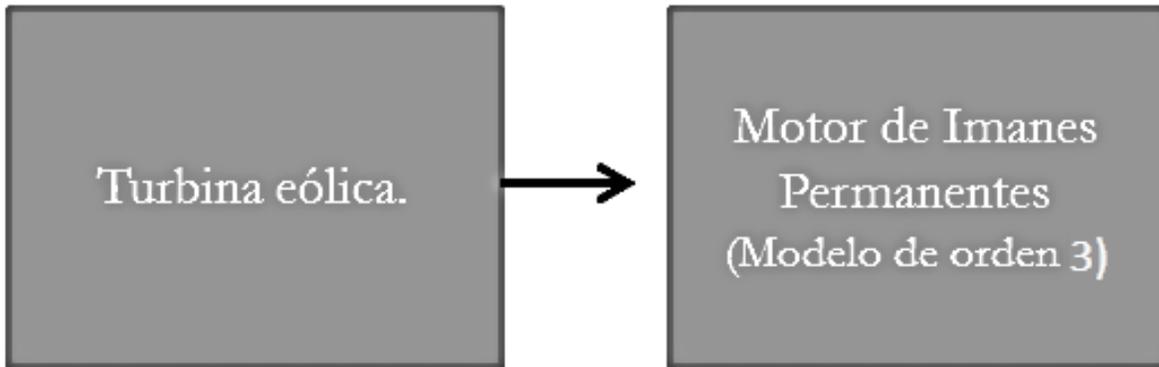


Figura 1.5: Esquema básico a bloques de sistema planteado.

lo tanto existe la posibilidad de la presencia de fenómenos de bifurcación en el sistema.

Esta turbina estará representada físicamente para fines de experimentación por una máquina de Inducción Trifásica conectada a un módulo variador de velocidad (Modulo ABB) [6], como se muestra en la Fig. 1.6.

## 1.6. Metodología a seguir

Se realizara un estudio de bifurcación utilizando el Método de Continuación para localizar fenómenos de bifurcación presentes en el sistema ante la variación del parámetro especificado (velocidad del viento). Se definirán los tipos de fenómenos encontrados según la teoría encontrada sobre estos fenómenos y se especificaran las condiciones paramétricas bajo las cuales estos se presentan en el sistema. Se efectuara la caracterización de estabilidad de los equilibrios encontrados mediante el análisis de los eigenvalores del sistema.

El sistema será simulado mediante software computacional (MatLab). Los resultados de este análisis comprobaran o descartaran la presencia de fenómenos de bifurcación en el sistema de generación de energía eólica planteado. A su vez, se ampliara el conocimiento respecto

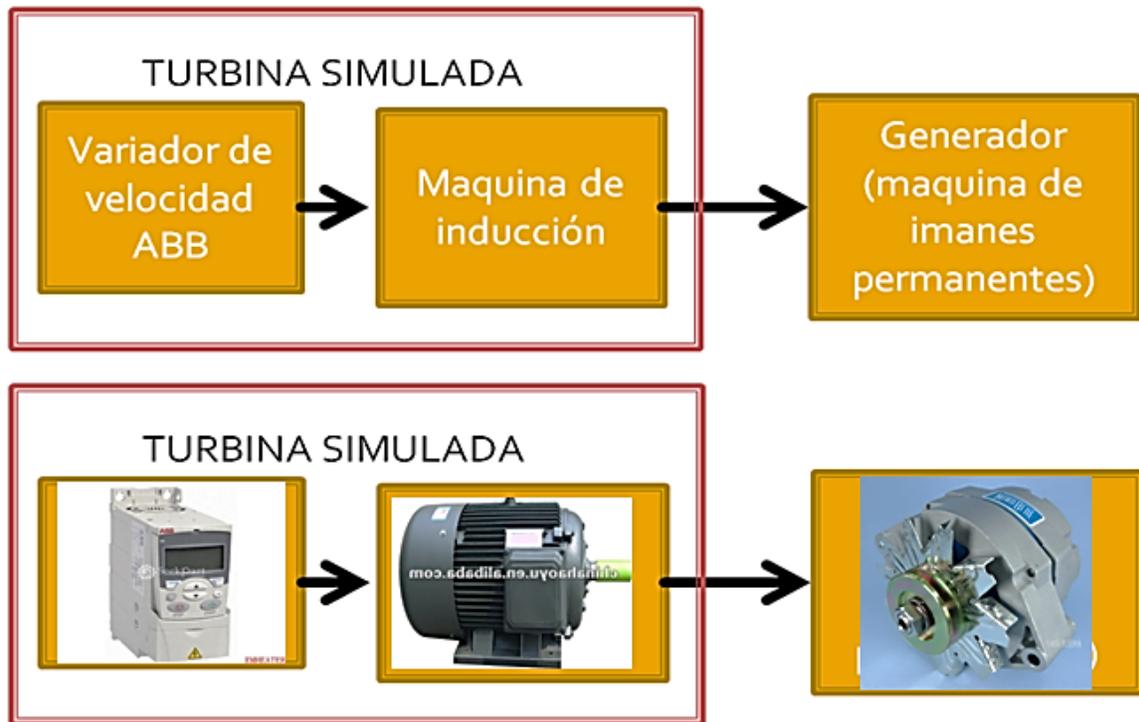


Figura 1.6: Esquemático representativo de la simulación experimental del sistema eólico planteado.

a este tipo de fenómenos en sistemas de esta naturaleza y de que manera afecta su comportamiento.

Metodología a seguir.

- Se realizara un estudio de bifurcación utilizando el Método de Continuación.
- El sistema se simulara mediante software computacional (MatLab)
- Se definirán los tipos de fenómenos encontrados según la teoría.
- Se efectuara la caracterización de estabilidad de los equilibrios, mediante el análisis de los eigenvalores del sistema.

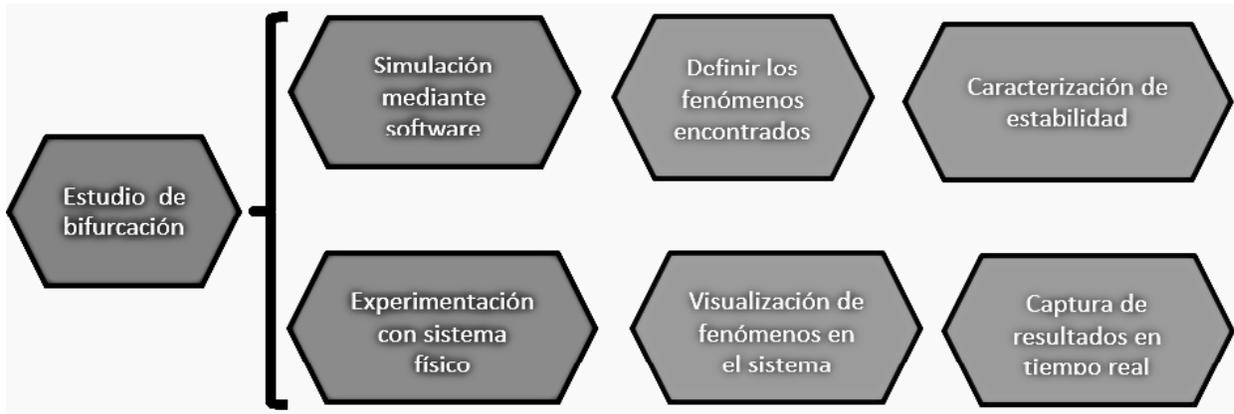


Figura 1.7: Metodología a seguir.

## 1.7. Alcances y limitaciones

Mediante los siguientes puntos se pretenden mostrar los alcances que esta tesis busca cumplir acorde con los objetivos planteados con anterioridad:

- Realizar el análisis de un sistema de generación de energía eólica mediante un estudio de bifurcación.
- Experimentación y análisis del sistema ante la variación del viento.
- Identificación de fenómenos de bifurcación presentados por el sistema.
- Caracterización de los equilibrios presentes en el sistema.
- Simulación y control del sistema estudiado mediante un software computacional.
- Puntualización de las condiciones en las que la presencia de bifurcaciones en los sistemas de generación de energía eólica se hacen presentes.

Algunas limitaciones que esta tesis presenta son las siguientes:

- Se realizarán simulaciones del sistema planteado mediante un sistema experimental acorde a nuestras instalaciones y no sobre un sistema generador físico real (con turbina física) debido al costo de construcción de este tipo de sistemas.
- Este trabajo de tesis no pretende abarcar todos los fenómenos de bifurcaciones que se pueden presentar en un sistema de generación de energía eólica, ya que el conjunto de posibilidades resulta extenso.

# *Capitulo* **2**

---

---

## *Marco Teorico*

En esta sección se describen los temas necesarios para la realización y comprensión de la investigación que se realizara. Es necesario conocer los conceptos y metodologías que se introducen a continuación para comprender las directrices que en este punto toma el proyecto planteado.

## **2.1. Turbinas Eolicas**

Aunque la energía eólica tiene una larga historia la tecnología nunca ha sido mejor o más rentable de lo que es ahora para poder aprovechar el recurso del viento para la producción de energía eléctrica. A continuación se presenta información importante que debemos tener en cuenta para el desarrollo de este trabajo.

### **2.1.1. Energía Eólica**

La energía eólica surgió durante el comienzo del siglo XXI<sup>2</sup> como parte de la necesidad de suministro de la energía eléctrica. Además en esta época se comenzaba a tomar conciencia de la finitud de los combustibles fósiles así como los efectos adversos de la quema de estos. El viento existe por todas partes en la tierra, y en algunos lugares con una considerable densidad de energía que debe ser aprovechada.

#### **VENTAJAS DE LA ENERGÍA EÓLICA:**

- El viento es un recurso inagotable que se encuentra al alcance de todos.
- La energía que producida de los aerogeneradores no genera contaminantes.
- Son la mejor opción para suministrar energía a zonas remotas que no están conectados a la red eléctrica.
- Existen una gran gama de tamaños de turbinas eólicas por lo que particulares y empresas pueden utilizarlas.

#### **DESVENTAJAS DE LA ENERGÍA EÓLICA:**

- La velocidad y dirección del viento no son constantes por lo que las turbinas de viento producen energía de manera intermitente.

---

<sup>2</sup><http://www.windenergyfoundation.org/>

- Las turbinas de viento producen ruido, puede llegar a generar la misma cantidad de ruido que un coche que viaja a 70 mph.<sup>3</sup>
- Durante la fabricación de las turbinas eólicas se produce contaminación.
- Se necesitan grandes parques eólicos para proporcionar suficiente electricidad para una comunidad grande.

### 2.1.2. Diseños de Turbinas Eólicas

Una turbina eólica es una máquina que convierte la energía del viento en movimiento rotacional, la cual es transferida al eje de un generador para posteriormente ser convertida a energía eléctrica.

Existen diferentes estilos y tamaños de turbinas de viento. El estilo más común (grande o pequeño) es el diseño de "eje horizontal" es decir con el eje del rotor horizontal al suelo. En esta turbina, dos o tres aspas giran en contra del viento en una torre.

Menos comunes son las turbinas de "eje vertical", estas tienen cuchillas verticales que rotan dentro y fuera del viento. Estas turbinas conocidas como de tipo arrastre son lentas, pero con un alto par. Son útiles para moler el grano, bombear agua, pero por su lenta velocidad de giro no se consideran óptimas para generar electricidad.

La turbina eólica más simple consta de tres partes cruciales:

- Las Aspas del Rotor: Actúan como barreras para el viento, lo que las hace moverse, con lo que trasladan parte de la energía al rotor.
- El eje: Es la parte mecánica que transfiere la energía proveniente de la turbina al generador.
- Generador: El encargado de convertir la energía mecánica en energía eléctrica.

---

<sup>3</sup><http://www.technologystudent.co>

<sup>4</sup><http://www.freewebs.com/enerkon/index.htm>

<sup>5</sup><http://opex-energy.com/>



Figura 2.8: Turbina Eolica de eje horizontal.<sup>4</sup>



Figura 2.9: Turbina Eólica de eje vertical.<sup>5</sup>

<div style="display: inline-block; transform: rotate(-45deg); transform-origin: left top;">           Potencia Especificaciones         </div>	200W	300W	600W	1kW	2kW	3kW	5kW	10kW	20kW	30kW	50kW
Diametro Aspas (m)	2m	2m	2.6m	3m	4m	5m	6m	8m	10m	12.5m	18m
Velocidad Nominal (rpm)	400rpm	400rpm	400rpm	400rpm	400rpm	220rpm	220rpm	160rpm	120rpm	100rpm	60rpm
Potencia Maxima	300W	400W	900W	1.5kW	3kW	4.5kW	7kW	15kW	30kW	35kW	55kW
Velocidad de Arranque (m/s)	3m/s	2.5m/s									
Velocidad Nominal (m/s)	8m/s	8m/s	8m/s	8m/s	8m/s	9m/s	9m/s	10m/s	10m/s	10m/s	10m/s
Velocidad de Trabajo (m/s)	3-25m/s										
Altura de la Torre	6m	6m	6m	6m	6m	8m	9m	12m	15m	18m	18m

Tabla 2.1: Algunas Especificaciones Técnicas de Turbinas Eólicas.[9]

## 2.2. Fallas en turbinas eólicas

Las turbinas eólicas son una pieza de maquinaria compleja y como muchas otras al operar bajo estrés pueden llegar a fallar. Cualquier tipo de falla sin la atención debida puede volverse rápidamente en un problema mayor y pronto salirse de control.

Estos problemas generar una perdida de ingresos por la no operación de la turbina y por el costo de la reparación de esta. A pesar de la buena calidad de las turbinas o las mejores garantías de los fabricantes, hay turbinas de viento que siguen cayéndose, fallando o quemándose. Un ejemplo para visualizar el problema es GCube [10]. Esta compañía cuenta con una suma de 700,000 turbinas eólicas alrededor del mundo. En un año típico se espera ver en cualquier sitio entre tres y cuatro pérdidas totales, típicamente incendiadas Figura 2.10.



Figura 2.10: Fallas en turbinas eolicas.<sup>6</sup>

Aunque las causas que comúnmente provocan estos desastres son fallo de componentes internos, ya sea por estrés o falta de lubricación, hay ocasiones en que el clima es responsable

<sup>6</sup><http://carbon-sense.com/category/wind-power/page/2/>

de las fallas. La velocidad de los vientos y los elementos envueltos en la dinámica de la ingeniería de la turbina generan fallas en los frenos. Por consiguiente, las palas giran fuera de control y continúa la cadena de eventos hasta que se controla o empeora la situación.

Según las estadísticas de la compañía GCube [10] entre las principales fallas de una turbina eólica se encuentran: Problemas en la caja de engranes, averías mecánicas, la caída de rayos, problemas con las hélices y errores humanos.

### 2.3. Teoría de Bifurcaciones

La teoría de bifurcaciones es un campo de estudio enfocado en el análisis de los posibles cambios que se generan en la estructura de un sistema ante variaciones realizadas a un parámetro que es elegido como "parámetro de bifurcación".

Esta teoría en parte estudia los cambios de estabilidad de los equilibrios del sistema cuando los parámetros de bifurcación son variados. Cuando en estos puntos de equilibrio se observa un cambio de estabilidad, es decir un cambio de estable a inestable, se les considera "punto de bifurcación".

## 2.4. Descripción de las bifurcaciones más típicas.

### 2.4.1. Bifurcación "Saddle-Node"

Este fenómeno de bifurcación se describe como el mecanismo básico de destrucción y creación de puntos fijos.

Consideremos la ecuación prototipo:  $\frac{dx}{dt} = \lambda + x^2 = f(x, \lambda)$

Cuya solución en estado estable es:  $x_{1,2} = \pm\sqrt{-\lambda}$

## 2.4. DESCRIPCIÓN DE LAS BIFURCACIONES MÁS TÍPICAS.

---

Esta solución forma una parábola que es definida para  $\lambda \leq 0$ , como muestra la Fig. 2.11, en un valor de  $\lambda = 0$  existe una solución única  $x = 0$ , mientras que para valores  $\lambda < 0$  existen dos soluciones:  $x_1 = +\sqrt{-\lambda}, x_2 = -\sqrt{-\lambda}$ .

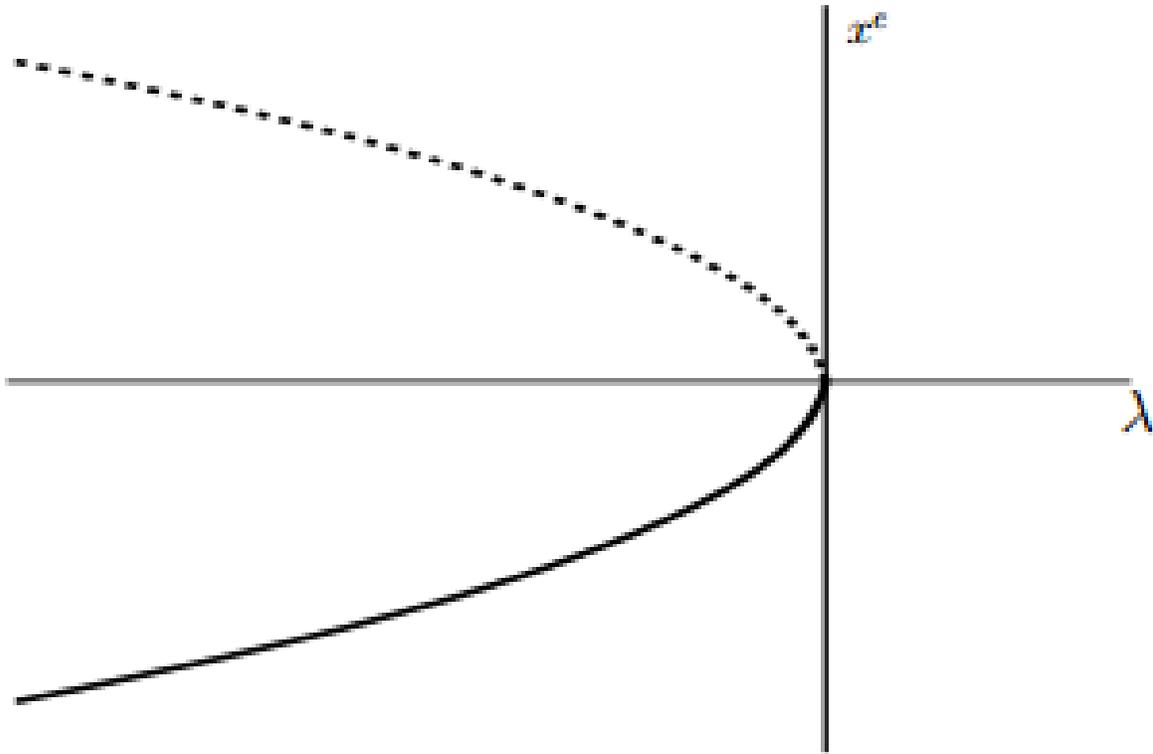


Figura 2.11: Diagrama de bifurcación para un turning point abierto a la izquierda.

De la figura Fig. 2.11 podemos entender que no todas las soluciones de equilibrios que se crean a partir de una bifurcación son equilibrios estables. En la Fig. 2.11 la línea punteada representa la rama inestable mientras que la línea continua representa la rama de equilibrios estables.

La caracterización de estabilidad se desarrolla mediante la evaluación de las soluciones encontradas en el Jacobiano del sistema, de la siguiente manera:

## 2.4. DESCRIPCIÓN DE LAS BIFURCACIONES MÁS TÍPICAS.

---

Ecuación del sistema:  $\frac{dx}{dt} = \lambda + x^2$

Jacobiano del sistema:  $\frac{\partial}{\partial x}(\lambda + x^2) = 2x$

Si tenemos las soluciones:  $x_1 = +\sqrt{-\lambda}$  y  $x_2 = -\sqrt{-\lambda}$

Las soluciones del sistema de entrada nos indican que  $\lambda$  debe tomar solo valores negativos para ser un número real ( $\sqrt{(-\lambda) \times -\lambda} = \sqrt{\lambda}$ ) descripción que coincide con el diagrama de la Fig. 2.11.

Entonces sustituyendo cada una de estas soluciones en el Jacobiano del sistema tenemos que:

Para  $x_1$ :  $\frac{\partial}{\partial x} f(x, \lambda) = +2\sqrt{-\lambda}$

Para la evaluación de la solución  $x_1 = +\sqrt{-\lambda}$  considerando valores negativos de  $\lambda$  tenemos como resultado valores positivos por lo tanto el ramal es inestable.

Para  $x_2$ :  $\frac{\partial}{\partial x} f(x, \lambda) = -2\sqrt{-\lambda}$

Mientras que para  $x_2 = -\sqrt{-\lambda}$  considerando valores negativos de  $\lambda$  obtenemos que los resultados son negativos por lo tanto el ramal es estable.

### 2.4.2. Bifurcación “Transcritical”

Este fenómeno de bifurcación es conocido como el mecanismo básico para cambios de estabilidad de un punto fijo. La bifurcación transcritical es una de las más comunes.

Consideremos la ecuación prototipo:  $\frac{dx}{dt} = \lambda x + x^2 = f(x, \lambda)$

Cuyas soluciones en estado estable son:  $x_1 = 0, x_2 = -\lambda$

Estas soluciones forman dos ramales con tangente distinta que se interceptan en un punto, como se muestra en la Fig. 2.12 donde para valores  $\lambda < 0$  existen dos ramales lo que signifi-

## 2.4. DESCRIPCIÓN DE LAS BIFURCACIONES MÁS TÍPICAS.

can dos soluciones al sistema, lo mismo sucede para valores  $\lambda > 0$  mientras que en un valor de  $\lambda = 0$  existe una solución única  $x = 0$ .

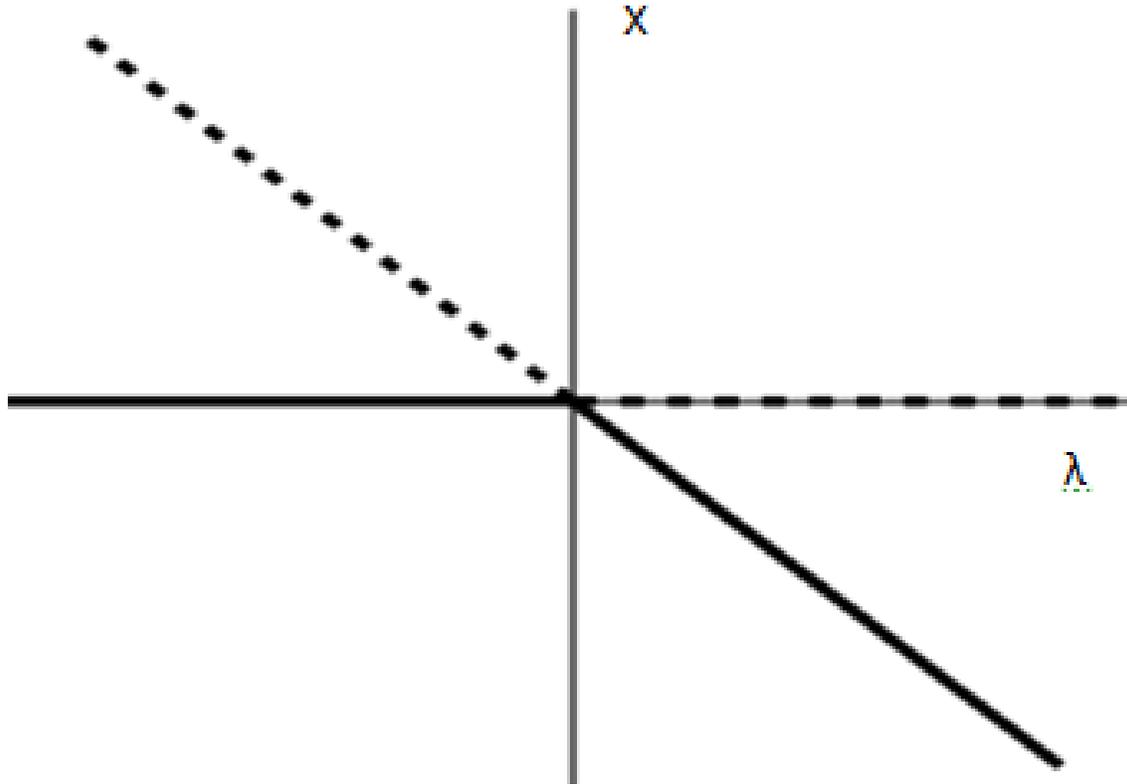


Figura 2.12: Diagrama representativo de una bifurcación transcritical.

La caracterización de estabilidad se desarrolla mediante la evaluación de las soluciones encontradas en el Jacobiano del sistema, de la siguiente manera:

$$\text{Ecuación del sistema: } \frac{dx}{dt} = \lambda x + x^2$$

$$\text{Jacobiano del sistema: } \frac{\partial}{\partial x}(\lambda x + x^2) = \lambda + 2x$$

$$\text{Si tenemos las soluciones: } x_1 = 0, x_2 = -\lambda$$

Entonces sustituyendo cada una de las soluciones en el Jacobiano del sistema tenemos que:

Para  $x_1$  :  $\frac{\partial}{\partial x} f(x, \lambda) = +\lambda$

Para  $x_1 = 0$  el resultado es  $+\lambda$  lo que significa que este ramal con valores  $\lambda$  positivos resultara en valores positivos por lo tanto es inestable para  $\lambda > 0$ , mientras que con valores  $\lambda$  negativos el resultado de la evaluación será negativo por lo tanto es estable para  $\lambda < 0$ .

Para  $x_2$  :  $\frac{\partial}{\partial x} f(x, \lambda) = -\lambda$

Para  $x_2 = -\lambda$  el resultado es  $-\lambda$  lo que significa que este ramal con valores  $\lambda$  positivos resultara en valores negativos por lo tanto es estable para  $\lambda > 0$ , mientras que con valores  $\lambda$  negativos los resultados de la evaluación serán positivos y por lo tanto es inestable para  $\lambda < 0$ .

### 2.4.3. Bifurcación tridente o pitchfork

Una bifurcación tridente es un tipo particular de bifurcación local, Este tipo de bifurcación se clasifica en subcritical y supercritical.

Una bifurcación pitchfork subcritical tiene soluciones localmente estables en un solo lado de la bifurcación mientras que una bifurcación pitchfork supercritical presenta soluciones localmente estables en ambos lados de la bifurcación, Fig. 2.13.

Consideremos la ecuación prototipo:  $\frac{dx}{dt} = \lambda x - x^3 = f(x, \lambda)$

Cuyas soluciones en estado estable son:  $x_1 = 0, x_2 = +\sqrt{\lambda}, x_3 = -\sqrt{\lambda}$

Las soluciones  $x_2 = +\sqrt{\lambda}$  y  $x_3 = -\sqrt{\lambda}$  del sistema indican que  $\lambda$  debe tomar solo valores positivos para ser un número real ( $\sqrt{(\lambda \times \lambda)} = \sqrt{\lambda}$ ), descripción que coincide con el diagrama de la Fig.2.14.

## 2.4. DESCRIPCIÓN DE LAS BIFURCACIONES MÁS TÍPICAS.

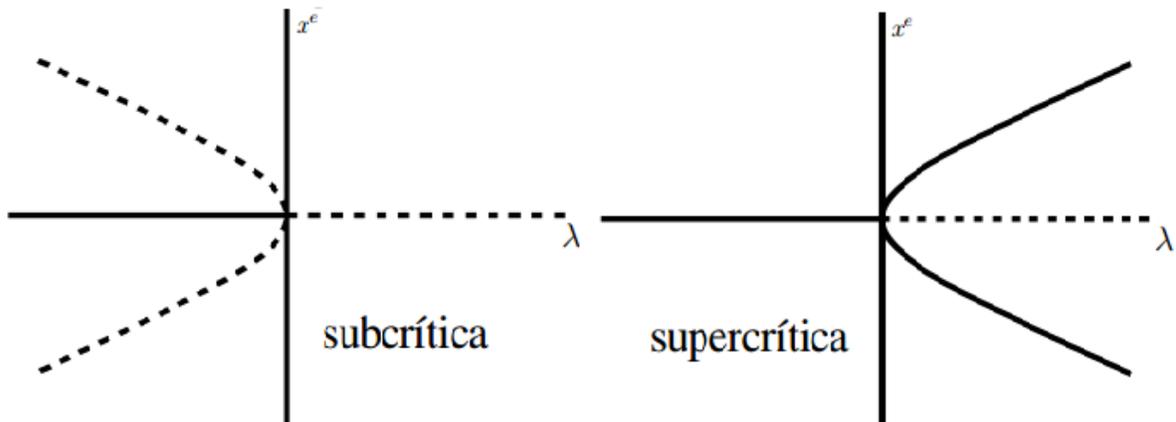


Figura 2.13: Bifurcaciones tipo pitchfork.

Las soluciones encontradas forman la bifurcación pitchfork que se aprecia en la Figura 2.14, el cual es un caso supercrítico. Para todos los valores de  $\lambda < 0$  existe una solución única  $x = 0$ , mientras que para valores  $\lambda > 0$  existen 3 soluciones posibles.

La caracterización de estabilidad se desarrolla mediante la evaluación de las soluciones evaluadas en el Jacobiano del sistema:

$$\text{Ecuación del sistema: } \frac{dx}{dt} = \lambda x - x^3$$

$$\text{Jacobiano del sistema: } \frac{\partial}{\partial x}(\lambda x - x^3) = \lambda - 3x^2$$

$$\text{Soluciones: } x_1 = 0, x_2 = +\sqrt{\lambda}, x_3 = -\sqrt{\lambda}$$

Sustituyendo cada una de las soluciones en el Jacobiano del sistema tenemos que:

$$\text{Para } x_1 : \frac{\partial}{\partial x} f(x, \lambda) = +\lambda$$

Para  $x_1 = 0$  el resultado es  $+\lambda$  lo que significa que este ramal con valores  $\lambda$  positivos resultara en valores positivos por lo tanto es inestable para  $\lambda > 0$ , mientras que con valores  $\lambda$  negativos el resultado de la evaluación será negativo por lo tanto es estable para  $\lambda < 0$ .

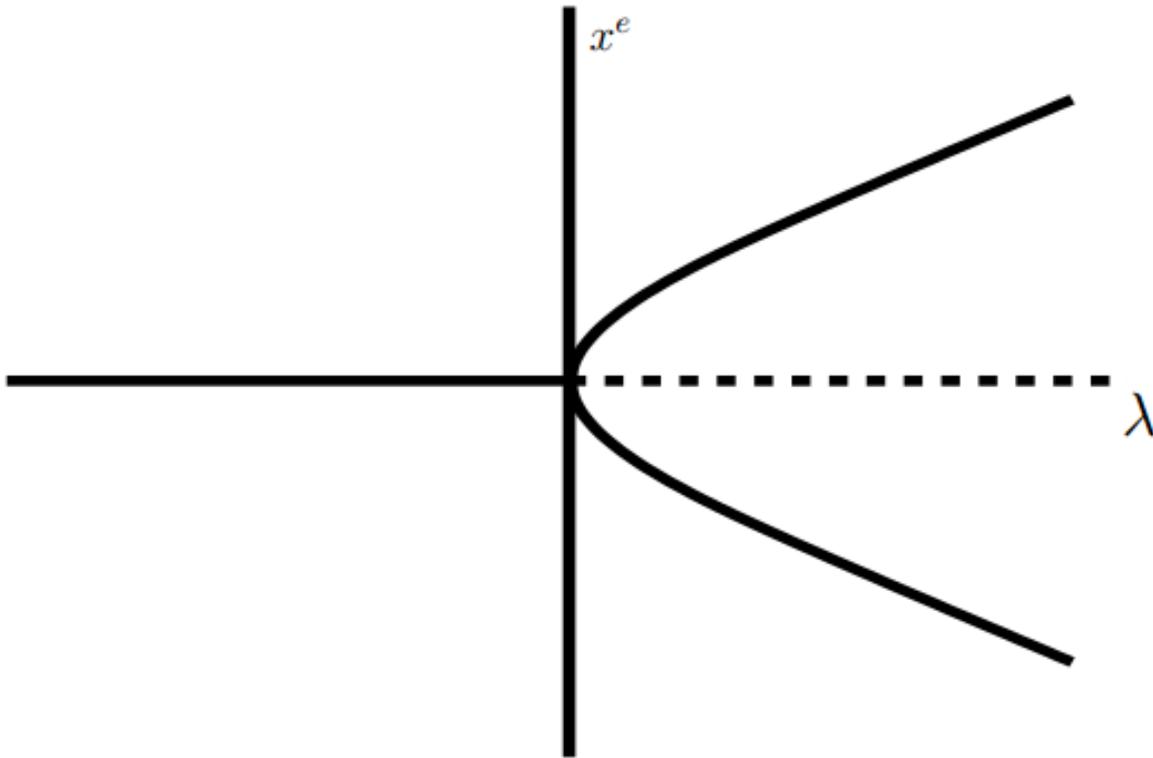


Figura 2.14: Bifurcación pitchfork.

Para  $x_2$  :  $\frac{\partial}{\partial x} f(x, \lambda) = -2\lambda$

Para  $x_2 = +\sqrt{\lambda}$  el resultado es  $-2\lambda$  lo que significa que este ramal con valores  $\lambda$  positivos resultara en valores negativos por lo tanto es estable para  $\lambda > 0$ , recordemos que este ramal no puede tomar valores negativos como se explicó anteriormente.

Para  $x_3$  :  $\frac{\partial}{\partial x} f(x, \lambda) = -2\lambda$

Para  $x_3 = -\sqrt{\lambda}$  el resultado es  $-2\lambda$  lo que significa que este ramal con valores  $\lambda$  positivos resultara en valores negativos por lo tanto es estable para  $\lambda > 0$ , recordemos que este ramal no puede tomar valores negativos como se explicó anteriormente.

## 2.5. Teoría básica del Método de continuación

El método de continuación es una herramienta para el análisis de la estabilidad de ecuaciones diferenciales no lineales que se basa en el método predictor corrector.

Asumamos que tenemos que resolver una ecuación  $f(x) = 0$  y que esta contiene un parámetro  $\lambda$ . En general, la solución de la ecuación dependerá del valor de este parámetro, por lo que podemos reescribir la ecuación expresando esta dependencia [11].

$$f(x, \lambda) = 0 \tag{2.5}$$

Si la dimensión de  $x$  es  $n$  y  $f$  es un vector función  $n$ -dimensional, tendremos un sistema de  $n$  ecuaciones y  $n + 1$  incógnitas. Entonces la ecuación define una curva de dimensión uno en el espacio paramétrico  $R^{n+1}$ , esta curva es una rama de soluciones dependientes del valor del parámetro  $\lambda$  [11].

La solución de esta rama es un problema de continuación. Se supone que al menos una de las soluciones de la rama es conocida, es decir, se conoce un punto de equilibrio  $(x_0, \lambda_0)$ . El problema de continuación consiste en calcular el resto de la curva, es decir, identificar los demás puntos de equilibrio hasta localizar el punto deseado [11].

$$(x_1, \lambda_1), (x_2, \lambda_2), \dots$$

Cada paso del proceso de continuación se inicia desde una solución  $(x_n, \lambda_n)$  de la ecuación 2.5 para un valor específico del parámetro de bifurcación  $\lambda_n$ . El objetivo es calcular la siguiente solución de la curva, la solución  $(x_{n+1}, \lambda_{n+1})$  que le corresponde al siguiente valor que toma el parámetro  $\lambda_{n+1}$  [11].

El método de continuación que utilizaremos será basado en un predictor – corrector (Euler-Newton), por lo tanto el cálculo de un punto de la rama al siguiente se divide en dos pasos: Predecir y Corregir. Se predice el punto siguiente a partir de un punto inicial mediante

## 2.5. TEORÍA BÁSICA DEL MÉTODO DE CONTINUACIÓN

una aproximación con el método de Euler, el punto resultante muy probablemente esté equivocado por lo que posteriormente habrá que corregirlo mediante el método de Newton hasta que el error sea mínimo Fig. 2.15

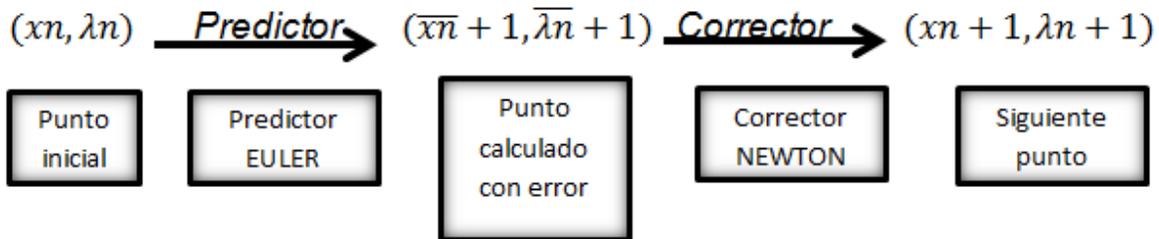


Figura 2.15: Proceso del método de continuación basado en predictor-corrector.

Mediante el método de continuación podemos encontrar la relación entre el parámetro y la solución. Esto nos proporciona información sobre el efecto de la modificación del parámetro en el sistema. En una rama de soluciones podemos encontrar los puntos de bifurcación, los cuales mediante el método de continuación podremos seguir cada uno de los ramales que se formen a partir de este. De esta manera es posible encontrar si existe más de una solución para un valor específico del parámetro de bifurcación.

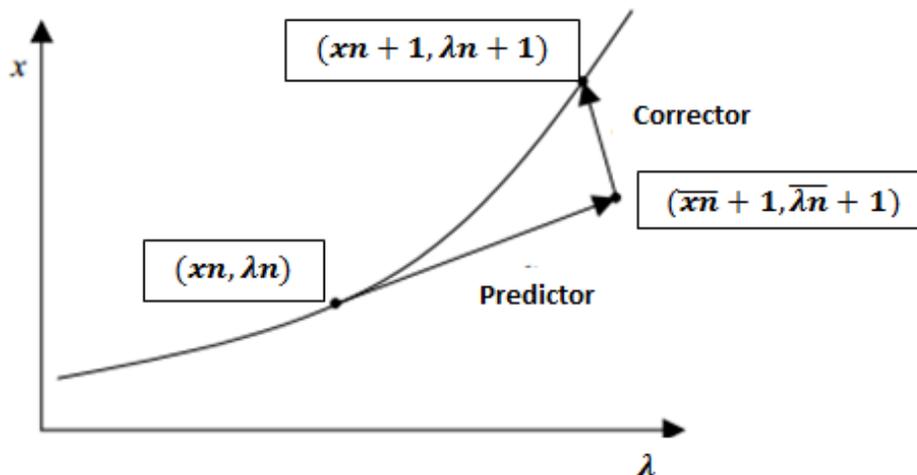


Figura 2.16: Método de continuación predictor-corrector.

## 2.5. TEORÍA BÁSICA DEL MÉTODO DE CONTINUACIÓN

---

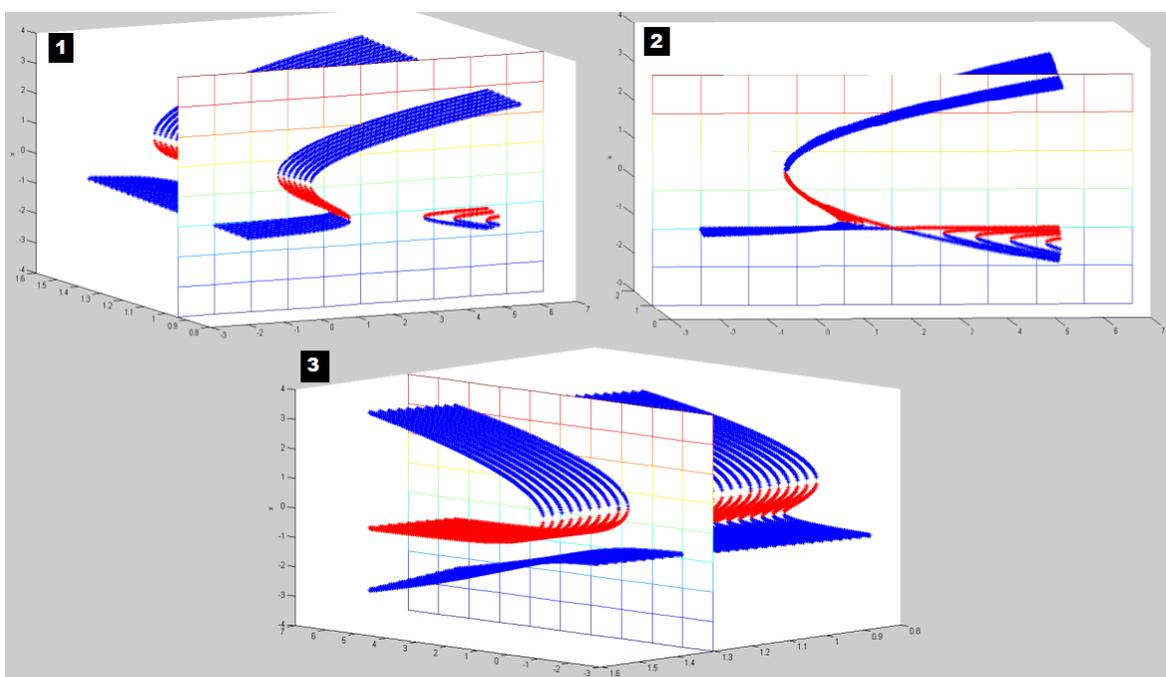


Figura 2.17: Evolucion de un sistema ante la variación de dos parámetros de bifurcación.

# *Capitulo* **3**

---

---

## *Sistema de Generacion Eolico*

En este capitulo se presentan las ecuaciones del generador de imanes permanentes las cuales son las que se utilizaran para el modelado del generador de imanes permanentes. Asi mismo se presentan las ecuaciones para el modelado de la turbina eolica.

### 3.1. Ecuaciones de la Maquina de Imanes Permanentes Operación Generador

La maquina sincrona es popularmente usada alrededor del mundo para la generación de energía. Asi como la maquina de inducción es la principal maquina usada para la conversión de energía eléctrica a energía mecánica, la maquina sincrona es el principal medio para convertir la energía mecánica a energía eléctrica.

A continuación se presentan las ecuaciones de voltaje de la maquina de imanes permanentes en operación generador en marco de referencia rotor [1].

$$V_{qs} = -r_s i_{qs} + \frac{\omega_r}{\omega_b} \psi_{ds} + \frac{\rho}{\omega_b} \psi_{qs} \quad (3.6)$$

$$V_{ds} = -r_s i_{ds} - \frac{\omega_r}{\omega_b} \psi_{qs} + \frac{\rho}{\omega_b} \psi_{ds} \quad (3.7)$$

donde  $V_{qs}$  y  $V_{ds}$  son los voltajes del estator;  $i_{qs}$  e  $i_{ds}$  son la corrientes del estator;  $r_s$  es la resistencia del estator;  $\omega_r$  es la velocidad del rotor;  $\omega_b$  es la velocidad angular eléctrica base;  $\psi_{qr}$  y  $\psi_{dr}$  son los enlaces de flujo por segundo.

Dado que es conveniente expresar las ecuaciones de voltaje y enlaces de flujo en términos de reactancias [1] se consideran las siguientes ecuaciones

$$\psi_{qs} = -X_{ls} i_{qs} + X_{mq} (-i_{qs}) \quad (3.8)$$

$$\psi_{ds} = -X_{ls} i_{ds} + X_{md} (-i_{ds} + i_{fd}) \quad (3.9)$$

por lo tanto, sustituyendo las ecuaciones (3.8) y (3.9) en (3.6) y (3.7) obtenemos los voltajes

### 3.1. ECUACIONES DE LA MAQUINA DE IMANES PERMANENTES OPERACIÓN GENERADOR

---

en función de corrientes y reactancias:

$$\begin{aligned}
 V_{qs} &= -r_s i_{qs} + \frac{\omega_r}{\omega_b} (-X_{ls} i_{ds} + X_{md} (-i_{ds} + i_{fd})) + \\
 &\quad + \frac{\rho}{\omega_b} (-X_{ls} i_{qs} + X_{mq} (-i_{qs})) \\
 V_{ds} &= -r_s i_{ds} - \frac{\omega_r}{\omega_b} (-X_{ls} i_{qs} + X_{mq} (-i_{qs})) + \\
 &\quad + \frac{\rho}{\omega_b} (-X_{ls} i_{ds} + X_{md} (-i_{ds} + i_{fd}))
 \end{aligned} \tag{3.10}$$

donde  $X_{ls}$  es la reactancia dispersa;  $X_{mq}$  y  $X_{md}$  son las reactancias mutuas; e  $i_{fd}$  la corriente de campo.

Dado que de [1] se tienen las siguientes igualdades:

$$\begin{aligned}
 X_q &= X_{ls} + X_{mq} \\
 X_d &= X_{ls} + X_{md} \\
 V_{qs} &= i_{qs} + r_L \\
 V_{ds} &= i_{ds} + r_L \\
 X_{md} &= \omega_b L_{md} \\
 \lambda_m &= L_{md} i_{fd}
 \end{aligned} \tag{3.11}$$

sustituyendo estas igualdades en los voltajes de (3.10) y despejando las variables de estado obtenemos:

$$\begin{aligned}
 \frac{d}{dt} i_{qs} &= \frac{\omega_b}{X_q} \left( -i_{qs} r_L - i_{qs} r_s - \frac{\omega_r}{\omega_b} i_{ds} X_d + \frac{\omega_r}{\omega_b} \lambda_m \right) \\
 \frac{d}{dt} i_{ds} &= \frac{\omega_b}{X_d} \left( -i_{ds} r_L - i_{ds} r_s + \frac{\omega_r}{\omega_b} i_{qs} X_q + \frac{d}{dt} \left( \frac{1}{\omega_b} \right) \lambda_m \right)
 \end{aligned}$$

donde  $r_L$  es la resistencia de la carga y  $\lambda_m$  es la amplitud de los enlaces de flujos.

La tercer variable estado de interés de nuestro sistema es  $\omega_r$ , por lo que de [1] tenemos

$$T_e = -J \frac{2}{p} p \omega_r + T_L \tag{3.12}$$

despejando la variable de estado tenemos

$$\frac{d}{dt}\omega_r = \frac{T_L - T_e}{2J}P \quad (3.13)$$

donde

$$T_e = \left(\frac{3}{2}\right) \left(\frac{P}{2}\right) \left(\frac{1}{\omega_b}\right) (\psi_{ds}i_{qs} - \psi_{qs}i_{ds}) \quad (3.14)$$

## 3.2. Ecuaciones de la Turbina Eólica

La ecuación de la turbina eólica es una ecuación ampliamente conocida en la literatura referente a aerogeneradores [12],[13],[14]. La ecuación de par mecánico  $T_L$  que se presenta es la representación del par generado por el viento al girar las hélices de la turbina eólica. Este par es transportado por el eje directo al generador de imanes permanentes.

$$T_L = \frac{0,5\rho C_p A V_w^3}{\omega_T} \quad (3.15)$$

donde  $\rho$  es la densidad del viento,  $C_p$  es una ecuación cuyo modelo delimita potencia máxima que puede ser extraída de la turbina eólica,  $A$  es el área barrido de las hélices,  $V_w$  es la velocidad del viento, que en nuestro caso particular sera el parámetro de bifurcación, y  $\omega_T$  esta dada por

$$\omega_T = \frac{\omega_r \omega_b}{P}$$

El modelo de la ecuación de  $C_p$  presenta diversas variantes dentro de la teoría existente (e.g. [15],[16],[17]) siendo algunos modelos

$$1) C_p = c_1 \left( \frac{c_2}{\lambda_i} - c_3 \beta - c_4 \right) e^{\left( \frac{-c_5}{\lambda_i} \right)} + c_6 \lambda$$

$$2) C_p = \frac{1}{2} (\lambda - 5,6) e^{(-0,17\lambda)}$$

$$3) C_p = 0,22 \left( \frac{116}{\beta} - 0,4\theta - 5 \right) e^{\left( \frac{-12,5}{\beta} \right)}$$

La dependencia del parámetro de bifurcación  $V_w$  esta implícito en el valor de  $\lambda$  de la siguiente forma

$$\lambda = \frac{r\omega_T}{V_w}; \quad \frac{1}{\lambda_i} = \frac{1}{\lambda + 0,08\beta} - \frac{0,035}{\beta^3 + 1};$$

Esta dependencia nos llevo a la elección del modelo 1 :

$$C_p = c_1 \left( \frac{c_2}{\lambda_i} - c_3 \beta - c_4 \right) e^{\left( \frac{-c_5}{\lambda_i} \right)} + c_6 \lambda \quad (3.16)$$

Este modelo es el mas aceptado en investigaciones publicadas e.g. [15]. La Figura 3.18 muestra la curva del modelo de  $C_p$  elegido.

Como se aprecia en la Figura 3.18 el modelo fue acotado mediante programación para evitar respuestas indeseadas durante la simulación.

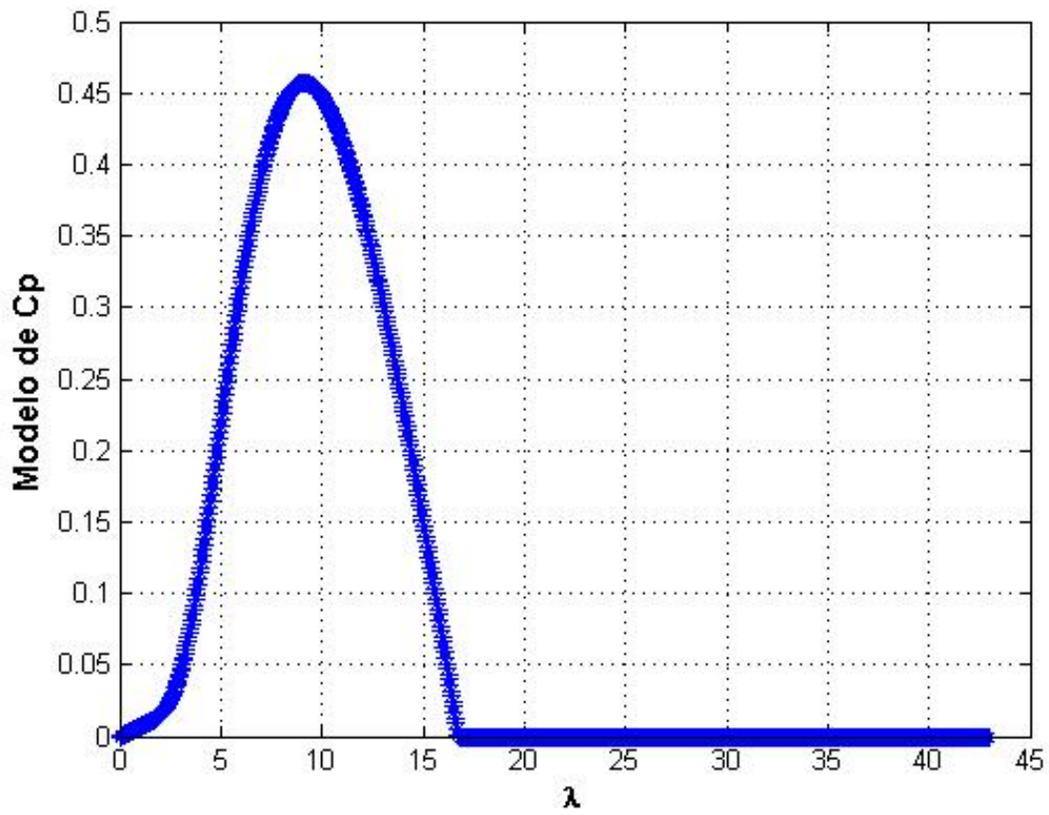


Figura 3.18: Curva del Modelo de  $C_p(\lambda)$

# Capítulo **4**

---

---

## *Parámetros del sistema*

En este capítulo se enlistan los valores de los parámetros reales utilizados para el sistema eólico. Además, se describe el proceso de identificación paramétrica de los valores desconocidos de la máquina de imanes permanentes, como son la resistencia del estator  $r_s$ , el parámetro  $\lambda_m$ , la inercia  $J$  y las inductancias  $L_q, L_d$  y  $L_{ls}$ .

Se presentan tablas con los valores obtenidos durante las pruebas experimentales para la validación de los valores de los parámetros obtenidos.

## 4.1. Identificación de parámetros desconocidos

Para la obtención de los parámetros desconocidos del generador (Maquina de Imanes Permanentes) se realizaron pruebas en estado estacionario y estado transitorio. Para la captura de datos en tiempo real se utilizo una tarjeta de adquisición de datos [8], así como el software RTAI-lab [7].

El generador que se utilizo para este experimento es de la marca WindBlue Power, modelo DC-520.

### 4.1.1. Resistencia del estator $r_s$

Para la obtención de la resistencia del estator se realizo una prueba CD con el motor en reposo. Se aplicaron diferentes voltajes de C.D. entre las fases del estator de la maquina de imanes permanentes: Fase  $a - b$ , Fase  $b - c$ , Fase  $c - a$ .

Posteriormente se midieron las corrientes correspondientes para cada voltaje aplicado y se tomo registro de estos valores para cada configuración, como se observa en las Tablas 4.2, 4.3 y 4.4.

Aplicando la *Ley de Ohm* tenemos que  $R = \frac{v}{i}$ .

#### 4.1. IDENTIFICACIÓN DE PARÁMETROS DESCONOCIDOS

---

$v$ (volts)	$i$ (amp)	$R_{a-b}(\Omega)$	$R_{Total}(\Omega)$
1.7	1.16	0.37175	1.4635
2.34	1.72	0.6802	1.3604
2.56	1.84	0.69565	1.3913
3.25	2.39	0.68825	1.3765
3.68	2.68	0.68655	1.3731
3.92	2.85	0.6877	1.3754
4.48	3.28	0.6829	1.3658
5.17	3.82	0.6767	1.3534
6.07	4.45	0.682	1.3640
6.77	4.97	0.68105	1.3621
7.74	5.99	0.64605	1.2921
8.31	6.26	0.6637	1.3274
9.62	7.12	0.67555	1.3511

Tabla 4.2: Registro de dato para las fases  $a - b$ .

El valor obtenido se divide entre dos para obtener el valor de cada fase por separado, esto es  $r_s = R_{Total}/2$  que representa el valor de resistencia del estator de la maquina de imanes permanentes.

$v$ (volts)	$i$ (amp)	$R_{a-b}(\Omega)$	$R_{Total}(\Omega)$
2.02	1.45	0.69655	1.3931
2.49	1.87	0.66575	1.3315
3.11	2.32	0.67025	1.3405
4.49	3.34	0.67215	1.3443
5.17	3.74	0.69115	1.3823
5.88	4.26	0.6901	1.3802
6.8	4.88	0.6967	1.3934
7.51	5.35	0.70185	1.4037
7.9	5.97	0.6616	1.3232
8.39	6.2	0.6766	1.3532
9.67	7.09	0.6819	1.3638

Tabla 4.3: Registro de dato para las fases  $b - c$ .

#### 4.1. IDENTIFICACIÓN DE PARÁMETROS DESCONOCIDOS

---

$v$ (volts)	$i$ (amp)	$R_{c-a}(\Omega)$	$R_{Total}(\Omega)$
2.02	1.35	0.7481	1.4962
2.5	1.70	0.7352	1.4705
3.09	2.18	0.7087	1.4174
4.48	3.28	0.6871	1.3742
5.14	3.74	0.68715	1.3743
5.79	4.22	0.686	1.372
6.76	4.92	0.68695	1.3739
7.5	5.41	0.69315	1.3863
7.86	5.89	0.6672	1.3344
8.43	6.16	0.68425	1.3685
9.63	7.08	0.68005	1.3601

Tabla 4.4: Registro de dato para las fases  $c - a$ .

Como se observa en las Tablas 4.2, 4.3 y 4.4 se obtuvieron valores similares de  $R_{Total}$ . Realizando los cálculos necesarios se llego a la conclusion de que el valor de  $r_s$  es  $r_s = 0,7$ .

#### 4.1.2. Calculo del parámetro $\lambda_m$

Como se definió previamente  $\lambda_m$  es la amplitud de los enlaces de flujo, los cuales son generados por los imanes permanentes de la maquina.

Debido a que el valor de este parámetro era desconocido en la maquina de imanes permanentes utilizada en el presente estudio, se realizo una prueba en estado estacionario para conocer este parámetro.

Se puso en marcha el generador a velocidades diferentes (desde  $400rpm$  hasta  $1400rpm$ ), esto mediante un variador de velocidad ABB [6], el cual estaba conectado a la maquina de inducción que a su vez fue acoplada al generador de imanes permanentes.

#### 4.1. IDENTIFICACIÓN DE PARÁMETROS DESCONOCIDOS

---

Para cada velocidad inducida al generador se midió el voltaje de corriente alterna (C.A.) generado por la maquina de imanes permanentes, ver Tabla 4.5, esto mediante un programa de captura en tiempo real que se desarrollo en la plataforma RTAI-Lab [7], ver figura 4.19.

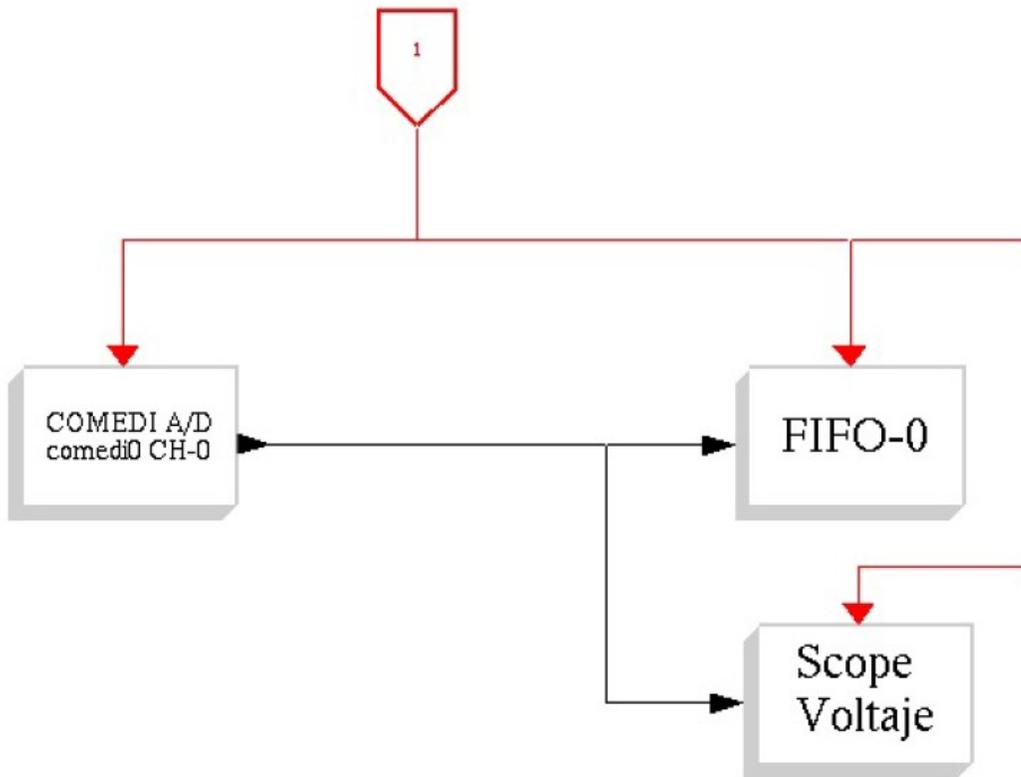


Figura 4.19: Programa en Rtai-Lab para captura de voltajes.

#### 4.1. IDENTIFICACIÓN DE PARÁMETROS DESCONOCIDOS

Velocidad ( <i>rpm</i> )	$V_{LN}$ pico-pico ( <i>volts</i> )	$\lambda_m \left( \frac{v}{seg} \right)$
400	32	0.441063116
450	36	0.441063116
500	40	0.441063116
550	44	0.441063116
600	48	0.441063116
650	52	0.441063116
700	56	0.441063116
750	60	0.441063116
800	64	0.441063116
850	68	0.441063116
900	72	0.441063116
950	76	0.441063116
1000	80	0.441063116
1050	84	0.441063116
1100	88	0.441063116
1150	92	0.441063116
1200	96	0.441063116
1300	104	0.441063116
1400	112	0.441063116

Tabla 4.5: Registro para el calculo de  $\lambda_m$ .

Dado que de [1] se sabe que

$$\lambda_m = \frac{\sqrt{2}V_{LN}}{\omega_r} \quad (4.17)$$

donde:  $V_{LN}$  es el voltaje linea neutro y  $\omega_r$  es la velocidad angular del rotor en  $\frac{rad}{seg}$ . Se calcula  $\lambda_m$  para los valores obtenidos, como se muestra en la Tabla 4.5.

Es evidente que el valor del parámetro no varia y se mantiene constante en  $\lambda_m = 0,441063116$ .

El calculo de la Inercia de la maquina  $J$ , así como los valores de las Inductancias de la maquina:  $L_q$ ,  $L_d$  y  $Lls$  es obtenido a partir de [18], siendo este estudio una investigación realizada

en la maquina de imanes permanentes utilizada. Los valores se presentan a continuación:

$$J = 0,049600237532295$$

$$Lq = 0,0068$$

$$Ld = 0,0068$$

$$Lls = 0,0034$$

### 4.2. Parámetros reales del sistema

A continuación se presentan los parámetros reales utilizados en el sistema. Su correcta definición es sumamente importante para la veracidad de los resultados del estudio de bifurcación realizado.

#### Parámetros reales de la Maquina de Imanes Permanentes

Los parámetros de la maquina de imanes quedan como sigue de acuerdo a las pruebas realizadas anteriormente,

$$Rs = 0,7 ; Rl = 3,3;$$

$$\lambda_m = 0,441063116;$$

$$Lq = 0,0068 ; Ld = 0,00681;$$

$$Xq = Lq\omega_b ; Xd = Ld\omega_b;$$

$$J = 0,049600237572295$$

$$P = 2$$

$$\omega_b = 2\pi 60$$

#### Parámetros reales del la turbina eólica

Los parámetros de la maquina de imanes permanentes son definidos a través de la experimentación. Sin embargo, los parámetros utilizados en la ecuación de la turbina eólica

## 4.2. PARÁMETROS REALES DEL SISTEMA

---

son definidos a través de la teoría existente con referencia a la curva característica de  $C_p$ . Los valores que se presentan a continuación son un estándar utilizado en estudios recientes e.g.[15].

$$c_1 = 0,5176$$

$$c_2 = 116$$

$$c_3 = 0,4$$

$$c_4 = 5$$

$$c_5 = 21$$

$$c_6 = 0,0068$$

$$\rho = 1,23$$

Los valores implicados en la construcción de la Turbina eólica son el ángulo de ataque  $\beta$ , el radio  $r$  y el área  $A$  de la turbina eólica, esto es

$$\beta = 1$$

$$r = 1,14$$

$$A = \pi r^2$$

Estos valores son definidos de acuerdo a las características de la turbina eólica que se simula.  $V_w$  es el parámetro de bifurcación del sistema por lo que es un valor variante dentro del estudio.

# Capítulo **5**

---

---

## *Conversión del sistema eólico a P.U.*

En este capítulo se presentan los valores base para la conversión del sistemas eólico a un sistema en por unidad (P.U.). También se presenta el proceso de conversión de las ecuaciones del sistema previamente establecidas.

## 5.1. Sistema por Unidad (pu)

Las ecuaciones de un sistema eléctrico son presentadas usualmente en el sistema por unidad (pu). Cuando se utilizan magnitudes en pu se simplifica la comprensión de estas, debido a que es mas ilustrativo abarcar valores entre 0 y 1 donde 1 es un 100% del valor nominal [1].

El primer paso para convertir magnitudes al sistema por unidad es elegir los valores base. Estos son convenientemente elegidos con valores nominales de la maquina o valores del circuito que se utilizaran.

### 5.1.1. Valores Base

Para la conversión de las ecuaciones a P.U. se designaron los valores base como

$$P_B = 746 * 2,7$$

$$V_B = \sqrt{2} * 220$$

$$Z_B = \frac{3 (V_B^2)}{2 P_B}$$

donde  $P_B$  es la potencia base de la maquina;  $V_B$  es el voltaje base;  $Z_B$  es la impedancia base. A su vez, al asignar estos valores, tenemos

$$I_B = \frac{V_B}{Z_B}$$

$$T_B = \frac{P_B}{\omega_b}$$

donde  $I_B$  es la corriente base;  $T_B$  es el par base y  $\omega_b$  la velocidad angular base.

Ya con los valores base previamente asignados, se convierten los parametros a P.U., como se muestra a continuación

$$\hat{r}_s = \frac{r_s}{Z_B}; \quad \hat{r}_l = \frac{r_l}{Z_B}; \quad \hat{X}_q = \frac{X_q}{Z_B}; \quad \hat{X}_d = \frac{X_d}{Z_B}; \quad \hat{\lambda}_w = \frac{\lambda_m \omega_b}{V_B}$$

Para fines prácticos se asigno el símbolo ( $\hat{\quad}$ ) para evidenciar parámetros convertidos a P.U.

## 5.2. Conversión de las ecuaciones de la maquina a P.U.

Para la conversión a P.U. de las las ecuaciones de voltaje de la maquina de imanes permanentes (3.6) y (3.7), se deben dividir ambos lados de la ecuación entre los valores base correspondientes, cuidando de no alterar las ecuaciones, como se aprecia a continuación

$$\frac{V_{qs}}{V_B} = \frac{-r_s i_{qs}}{I_B Z_B} + \frac{\omega_r \psi_{ds}}{\omega_b V_B} + \frac{\rho \psi_{qs}}{\omega_b V_B}$$

$$\frac{V_{ds}}{V_B} = \frac{-r_s i_{ds}}{I_B Z_B} - \frac{\omega_r \psi_{qs}}{\omega_b V_B} + \frac{\rho \psi_{ds}}{\omega_b V_B}$$

Es evidente que  $V_B = I_B Z_B$ . De igual manera se procede a convertir las ecuaciones de los enlaces de flujo (3.8) y (3.9) siguiendo el mismo procedimiento

$$\frac{\psi_{qs}}{V_B} = \frac{-X_{ls} i_{qs}}{I_B Z_B} + \frac{X_{mq}(-i_{qs})}{I_B Z_B}$$

$$\frac{\psi_{ds}}{V_B} = \frac{-X_{ls} i_{ds}}{I_B Z_B} + \frac{X_{mq}(-i_{ds} + i_{fd})}{I_B Z_B}$$

Tenemos entonces las ecuaciones de voltajes (3.6),(3.7) y las ecuaciones de los enlaces de flujo (3.8), (3.9) en P.U.

$$\widehat{V}_{qs} = -\widehat{r}_s \widehat{i}_{qs} + \widehat{\omega}_r \widehat{\psi}_{ds} + \frac{\rho}{\omega_b} \widehat{\psi}_{qs} \quad (5.18)$$

$$\widehat{V}_{ds} = -\widehat{r}_s \widehat{i}_{ds} - \widehat{\omega}_r \widehat{\psi}_{qs} + \frac{\rho}{\omega_b} \widehat{\psi}_{ds} \quad (5.19)$$

$$\widehat{\psi}_{qs} = -\widehat{X}_{ls} \widehat{i}_{qs} + \widehat{X}_{mq}(-\widehat{i}_{qs}) \quad (5.20)$$

$$\widehat{\psi}_{ds} = -\widehat{X}_{ls} \widehat{i}_{ds} + \widehat{X}_{mq}(-\widehat{i}_{ds} + \widehat{i}_{fd}) \quad (5.21)$$

## 5.2. CONVERSIÓN DE LAS ECUACIONES DE LA MAQUINA A P.U.

---

Las ecuaciones (5.18)-(5.21) son ecuaciones de la maquina de imanes permanentes en por unidad (P.U.).

Sustituyendo (5.20) y (5.21) en (5.18) y (5.19) obtenemos los voltajes en función de corrientes y reactancias

$$\begin{aligned}\widehat{V}_{qs} &= -\widehat{r}_s \widehat{i}_{qs} + \widehat{\omega}_r \left( -\widehat{X}_{ls} \widehat{i}_{ds} + \widehat{X}_{md} \left( -\widehat{i}_{ds} + \widehat{i}_{fd} \right) \right) + \\ &+ \frac{\rho}{\omega_b} \left( -\widehat{X}_{ls} \widehat{i}_{qs} + \widehat{X}_{mq} \left( -\widehat{i}_{qs} \right) \right)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\widehat{V}_{ds} &= -\widehat{r}_s \widehat{i}_{ds} - \widehat{\omega}_r \left( -\widehat{X}_{ls} \widehat{i}_{qs} + \widehat{X}_{mq} \left( -\widehat{i}_{qs} \right) \right) + \\ &+ \frac{\rho}{\omega_b} \left( -\widehat{X}_{ls} \widehat{i}_{ds} + \widehat{X}_{md} \left( -\widehat{i}_{ds} + \widehat{i}_{fd} \right) \right)\end{aligned}$$

dado que de [1] tenemos las siguientes igualdades

$$\widehat{X}_q = \widehat{X}_{ls} + \widehat{X}_{mq}$$

$$\widehat{X}_d = \widehat{X}_{ls} + \widehat{X}_{md}$$

$$\widehat{V}_{qs} = \widehat{i}_{qs} + \widehat{r}_L$$

$$\widehat{V}_{ds} = \widehat{i}_{ds} + \widehat{r}_L$$

$$\widehat{X}_{md} = \omega_b L_{md}$$

$$\lambda_m = L_{md} i_{fd}$$

al sustituir y despejar las variables de estado de interés tenemos las siguientes ecuaciones de estado en P.U.

$$\frac{d}{dt} \widehat{i}_{qs} = \frac{\omega_b}{\widehat{X}_q} \left( -\widehat{i}_{qs} \widehat{r}_L - \widehat{i}_{qs} \widehat{r}_s - \widehat{\omega}_r \widehat{i}_{ds} \widehat{X}_d + \widehat{\omega}_r \omega_b \widehat{\lambda}_w \right) \quad (5.22)$$

### 5.3. CONVERSION DE LA ECUACION DE LA TURBINA A P.U.

$$\frac{d}{dt} \hat{i}_{ds} = \frac{\omega_b}{\hat{X}_d} \left( -\hat{i}_{ds} \hat{r}_L - \hat{i}_{ds} \hat{r}_s + \hat{\omega}_r \hat{i}_{qs} \hat{X}_q \right) \quad (5.23)$$

La tercer variable estado de interés de nuestro sistema es  $\omega_r$ , por lo que de [1] tenemos

$$T_e = -2H\rho \frac{\omega_r}{\omega_b} + T_L \quad (5.24)$$

$$T_e = (\Psi_{ds} i_{qs} - \Psi_{qs} i_{ds}) \quad (5.25)$$

donde  $H$  es la constante de inercia en *seg*

$$H = \left( \frac{1}{2} \right) \left( \frac{2}{P} \right) \frac{J\omega_b}{T_B} = \left( \frac{1}{2} \right) \left( \frac{2}{P} \right)^2 \frac{J\omega_b^2}{P_B} \quad (5.26)$$

donde  $P$  es el numero de pares de polos de la maquina;  $J$  es la inercia de la maquina;  $T_B$  es el par base de la maquina y  $P_B$  la potencia base de la maquina.

Las ecuaciones (5.24) y (5.25) ya están dadas en P.U.

De la ecuación (5.24) se despeja la variable de interés  $\omega_r$

$$\frac{d}{dt} \omega_r = \frac{T_L - T_e}{2H}$$

### 5.3. Conversion de la ecuacion de la turbina a P.U.

Sabiendo que la ecuación de la turbina eolica (3.15) es

$$T_L = \frac{0,5\rho C_p A V_w^3}{\omega_r}$$

tenemos que para convertir a P.U. es necesario dividir el resultante de (3.15) entre el par base  $T_B$

$$\hat{T}_L = \frac{T_L}{T_B}$$

de esta manera tenemos que la ecuacion de la turbina eolica en P.U. es

$$\hat{T}_L = \frac{0,5\rho C_p A V_w^3}{\omega_r T_B} \quad (5.27)$$

## 5.4. Modelo del Sistema Completo en P.U.

El conjunto de las ecuaciones en P.U. desarrollado en el presente capítulo conforman el sistema generación eólico completo, el cual será utilizado para el modelado del sistema eólico a estudiar en esta tesis. Las ecuaciones son definidas a continuación

$$\begin{aligned}
 \frac{d}{dt} \hat{i}_{qs} &= \frac{\omega_b}{\hat{X}_q} \left( -\hat{i}_{qs} \hat{r}_L - \hat{i}_{qs} \hat{r}_s - \hat{\omega}_r \hat{i}_{ds} \hat{X}_d + \hat{\omega}_r \omega_b \hat{\lambda}_w \right) \\
 \frac{d}{dt} \hat{i}_{ds} &= \frac{\omega_b}{\hat{X}_d} \left( -\hat{i}_{ds} \hat{r}_L - \hat{i}_{ds} \hat{r}_s + \hat{\omega}_r \hat{i}_{qs} \hat{X}_q \right) \\
 \frac{d}{dt} \hat{\omega}_r &= \frac{\hat{T}_L - \hat{T}_e}{2H}
 \end{aligned} \tag{5.28}$$

$$\hat{T}_L = \frac{0,5\rho C_p A V_w^3}{\omega_r T_B}$$

donde  $H$  y  $\hat{T}_e$  vienen dadas en P.U. de [1]

$$H = \left( \frac{1}{2} \right) \left( \frac{2}{P} \right) \frac{J\omega_b}{T_B} = \left( \frac{1}{2} \right) \left( \frac{2}{P} \right)^2 \frac{J\omega_b^2}{P_B}$$

$$\hat{T}_e = -\hat{X}_d \hat{i}_{ds} \hat{i}_{qs} + \lambda_m \hat{i}_{qs} + \hat{X}_q \hat{i}_{qs} \hat{i}_{ds}$$

## 5.5. Simulación del Modelo del Sistema en P.U.

Utilizando las ecuaciones del sistema de generación eólico en P.U. se realizó un estudio en estado estacionario en Matlab, para visualizar la curva característica de la máquina. La figura 5.20 muestra el resultado obtenido al simular las ecuaciones del generador.

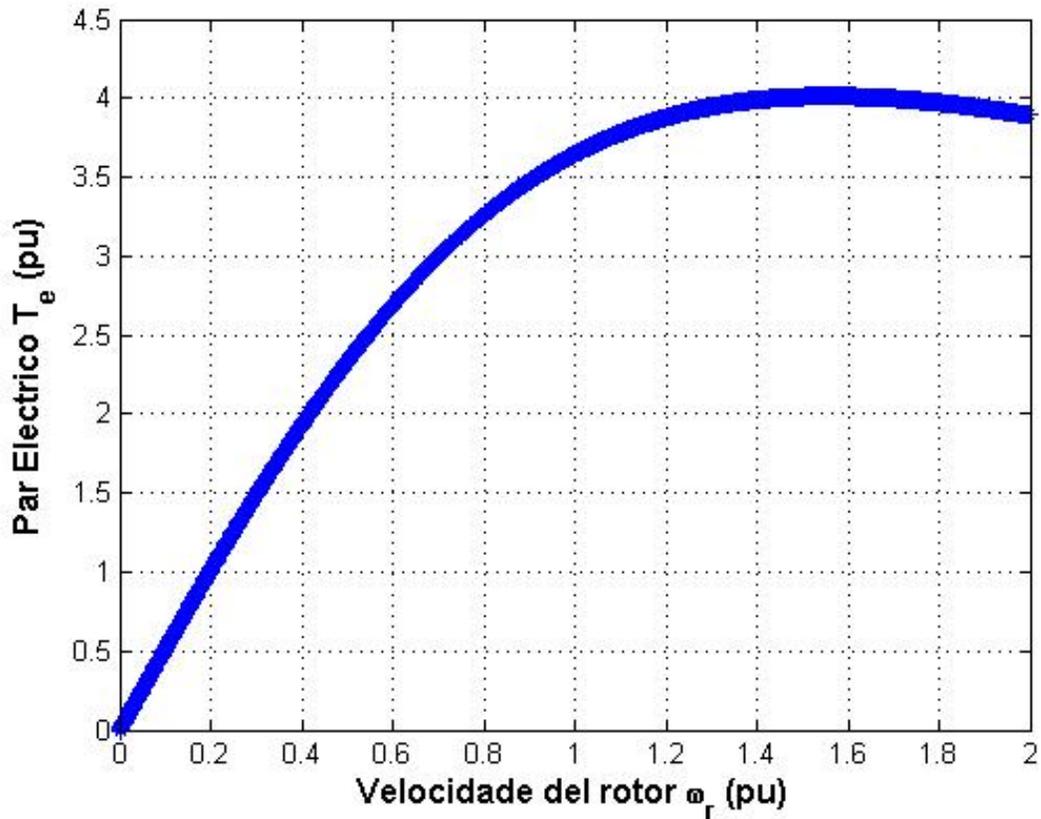


Figura 5.20: Curva característica de la Máquina de imanes permanentes en P.U.

Dentro del código Matlab los valores de  $\omega_r$  son variados mediante programación desde 0 pu hasta 2 pu como se muestra en el eje x de la Figura 5.20.

**Código Matlab para la simulación de la curva característica del generador de imanes permanentes:**

```

clc; clear all
%-----Valores reales-----
wb=2*pi*60; Ld=0.00681; Lq=0.0068; Xq=Lq*wb; Xd=Ld*wb;
Rs=0.7; Rl=3.3; Lm=0.441063116;
%-----Conversion de valores a PU-----
PB=746*2.7; VB=sqrt(2)*220;
ZB=(3/2)*(VB^2)/PB; IB=VB/ZB; TB=PB/wb;
    
```

## 5.5. SIMULACIÓN DEL MODELO DEL SISTEMA EN P.U.

```
Rs=Rs/ZB; Rl=Rl/ZB; Xd=Xd/ZB; Xq=Xq/ZB; Lw=(Lm*wb)/VB;
%-----CONDICIONES INICIALES-----
h=2/1000;
for x=1:1000
    if x==1
wr(x,1)=0;
Isqd(:,x)=(inv([(-wb/Xq)*(Rl+Rs) , -(wb/Xq)*wr(x,1)*Xd ;
(wb/Xd)*wr(x,1)*Xq , -(wb/Xd)*(Rl+Rs)]))*([(-wb/Xq)*wr(x,1)*Lw;0]);
Te(x,1)=-Xd*Isqd(2,x)*Isqd(1,x)+Lw*Isqd(1,x)+Xd*Isqd(1,x)*Isqd(2,x);
    else
wr(x,1)=wr(x-1,1)+h;
Isqd(:,x)=(inv([(-wb/Xq)*(Rl+Rs) , -(wb/Xq)*wr(x,1)*Xd ;
(wb/Xd)*wr(x,1)*Xq , -(wb/Xd)*(Rl+Rs)]))*([(-wb/Xq)*wr(x,1)*Lw;0]);
Te(x,1)=-Xd*Isqd(2,x)*Isqd(1,x)+Lw*Isqd(1,x)+Xd*Isqd(1,x)*Isqd(2,x);
    end
end
plot (wr,Te,'*')
xlabel('Velocidade del rotor \omega_{r}')
ylabel('Par Electrico T_{e}')
grid on
pause
close all
```

Así mismo, se realizó el cálculo de la ecuación de la turbina eólica considerando una velocidad constante. La figura 5.21 muestra el par mecánico  $T_L$  en el eje "Y" mientras que en el eje "x" se varía la velocidad del rotor  $\omega_r$ .

## 5.5. SIMULACIÓN DEL MODELO DEL SISTEMA EN P.U.

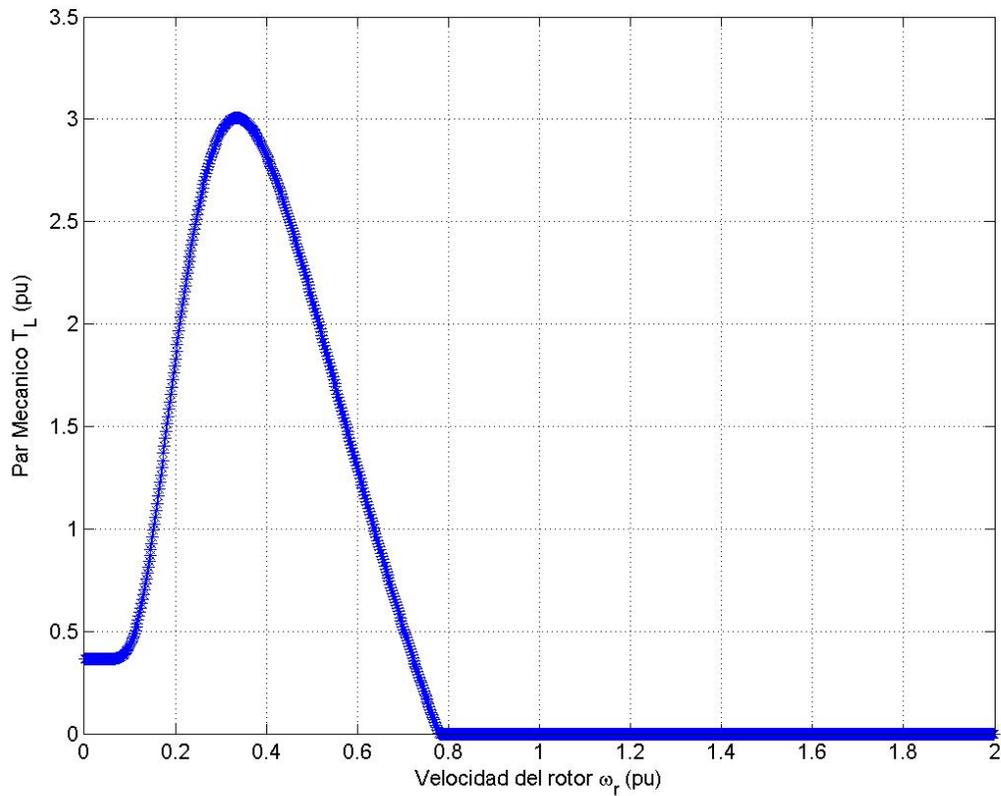


Figura 5.21: Curva de Par Mecánico

**Código Matlab para la simulación de la curva del par mecánico de la ecuación de la turbina eólica:**

```
clc;clear all
%-----Valores reales-----
h=2/1000;wb=2*pi*60;Ld=0.00681;Lq=0.0068;
Xq=Lq*wb;Xd=Ld*wb;Rs=0.7;Rl=3.3;
Lm=0.441063116;J=0.049600237572295;P=2;
%-----Conversion de valores a PU-----
PB=746*2.7;VB=sqrt(2)*220;ZB=(3/2)*(VB^2)/PB;IB=VB/ZB;TB=PB/wb;
Rs=Rs/ZB; Rl=Rl/ZB; Xd=Xd/ZB; Xq=Xq/ZB;
Lw=(Lm*wb)/VB;H=(1/2)*(2/P)^2*(J*wb^2/PB);
%-----PARAMETROS EC TURBINA-----
Vw=10;B=1;r=1.14;A=pi*r^2;p=1.23;
```

## 5.5. SIMULACIÓN DEL MODELO DEL SISTEMA EN P.U.

```

c1=0.5176;c2=116;c3=0.4;c4=5;c5=21;c6=0.0068;
for x=1:1000
    if x==1
wr(x,1)=0;
Isqd(:,x)=(inv([(-wb/Xq)*(Rl+Rs) , -(wb/Xq)*wr(x,1)*Xd ;
(wb/Xd)*wr(x,1)*Xq , -(wb/Xd)*(Rl+Rs)]))*([(-wb/Xq)*wr(x,1)*Lw;0]);
Te(x,1)=-Xd*Isqd(2,x)*Isqd(1,x)+Lw*Isqd(1,x)+Xd*Isqd(1,x)*Isqd(2,x);
%-----EC. TURBINA-----
wt=(wr(x,1)*wb)/2;
L(x)=(r*wt)/Vw;
Lil=(1/(L(x)+0.08*B))-(0.035/((B^(3))+1));
Li=1/Lil;
Cp(x,1)=c1*(c2/Li-c3*B-c4)*exp(-c5/Li)+c6*L(x);
Tl(x,1)=(0.5*p*Cp(x,1)*A*(Vw^3))/wt;
%-----
    else
wr(x,1)=wr(x-1,1)+h;
Isqd(:,x)=(inv([(-wb/Xq)*(Rl+Rs) , -(wb/Xq)*wr(x,1)*Xd ;
(wb/Xd)*wr(x,1)*Xq , -(wb/Xd)*(Rl+Rs)]))*([(-wb/Xq)*wr(x,1)*Lw;0]);
Te(x,1)=-Xd*Isqd(2,x)*Isqd(1,x)+Lw*Isqd(1,x)+Xd*Isqd(1,x)*Isqd(2,x);
%-----EC. TURBINA-----
wt=(wr(x,1)*wb)/2;
L(x)=(r*wt)/Vw;
Lil=(1/(L(x)+0.08*B))-(0.035/((B^(3))+1));
Li=1/Lil;
Cp(x,1)=c1*(c2/Li-c3*B-c4)*exp(-c5/Li)+c6*L(x);
if Cp(x,1)<0
    Cp(x,1)=0;
end
Tl(x,1)=(0.5*p*Cp(x,1)*A*(Vw^3))/wt;
%-----
    end
%-----Se pasa TL a PU-----
TL(x,1)=Tl(x,1)/TB;
end
plot(L,Cp,'*')
xlabel('\lambda')
ylabel('Modelo de Cp')
grid on
hold on
pause
close
plot(wr,TL,'*')
xlabel('Velocidad del rotor \omega_{r} (pu)')
ylabel('Par Mecanico T_{L} (pu)')
grid on
pause
close all

```

## 5.5. SIMULACIÓN DEL MODELO DEL SISTEMA EN P.U.

La figura 5.22 muestra la la curva característica  $T_e - \omega_r$  en conjunto con la curva de  $T_L$ , con el fin observar la intersecciones que definen los puntos de equilibrios. Esta simulación nos proporciona la visualización de la existencia de bifurcaciones en el sistema dado que los multiples cruces existentes entre  $T_e - \omega_r$  y  $T_L$  son asociados a la multiplicidad de equilibrios para un solo valor del parametro  $V_w$ .

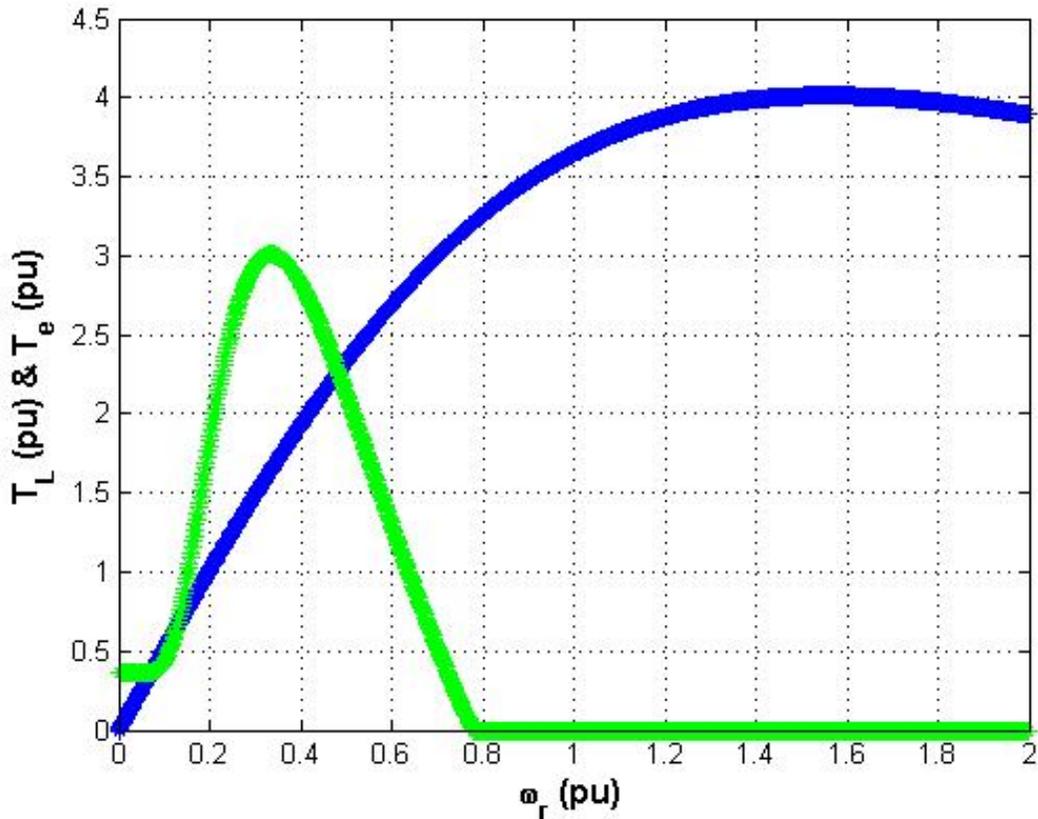


Figura 5.22: Curva característica de  $T_e - \omega_r$  y Par Mecanico  $T_L$

La figura 5.22 tiene un valor de la velocidad del viento  $V_w = 10$  presentando dos intersecciones evidentes.

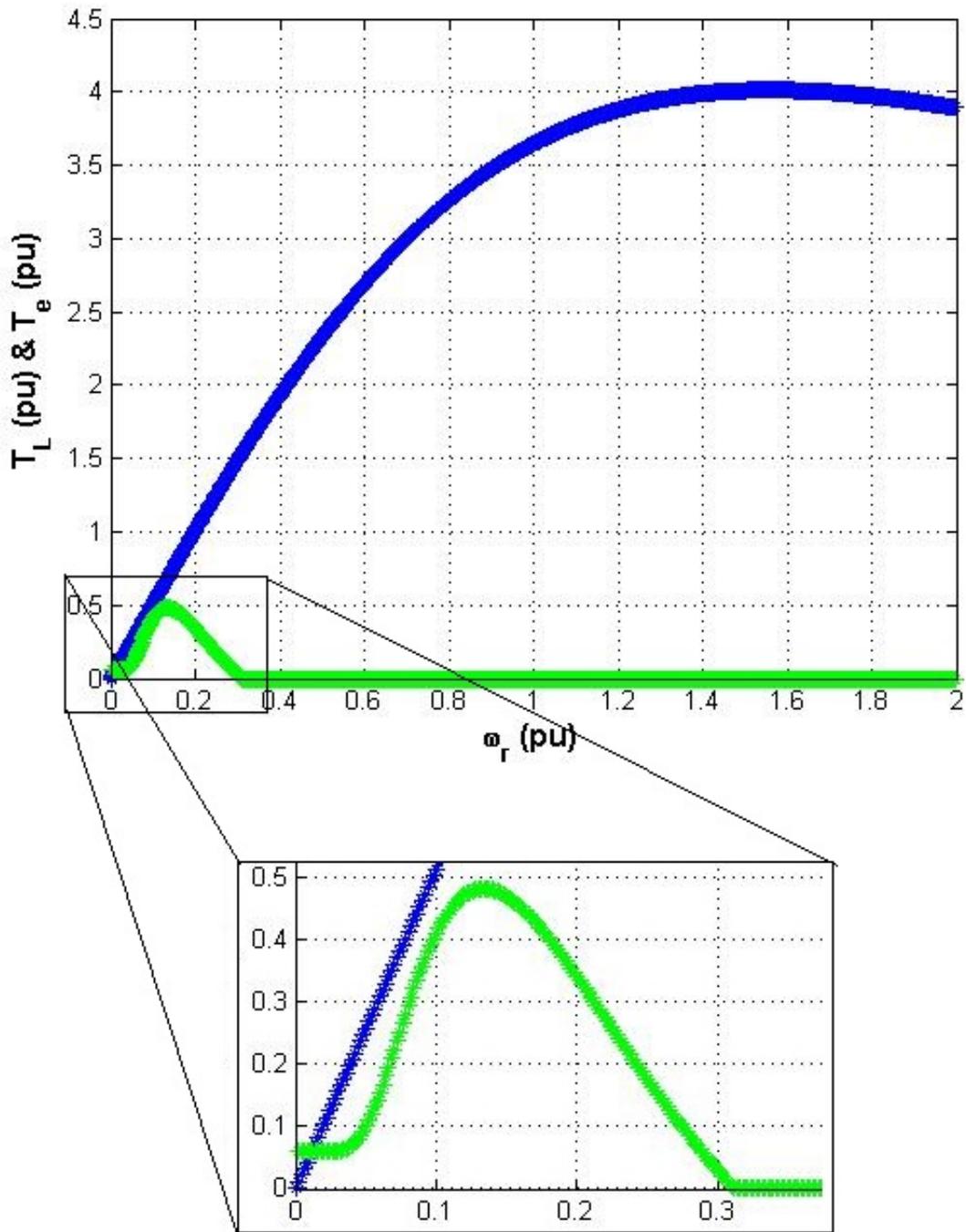


Figura 5.23: Curva característica de  $T_e - \omega_r$  y Par Mecanico  $T_L$  con una  $V_w = 4$

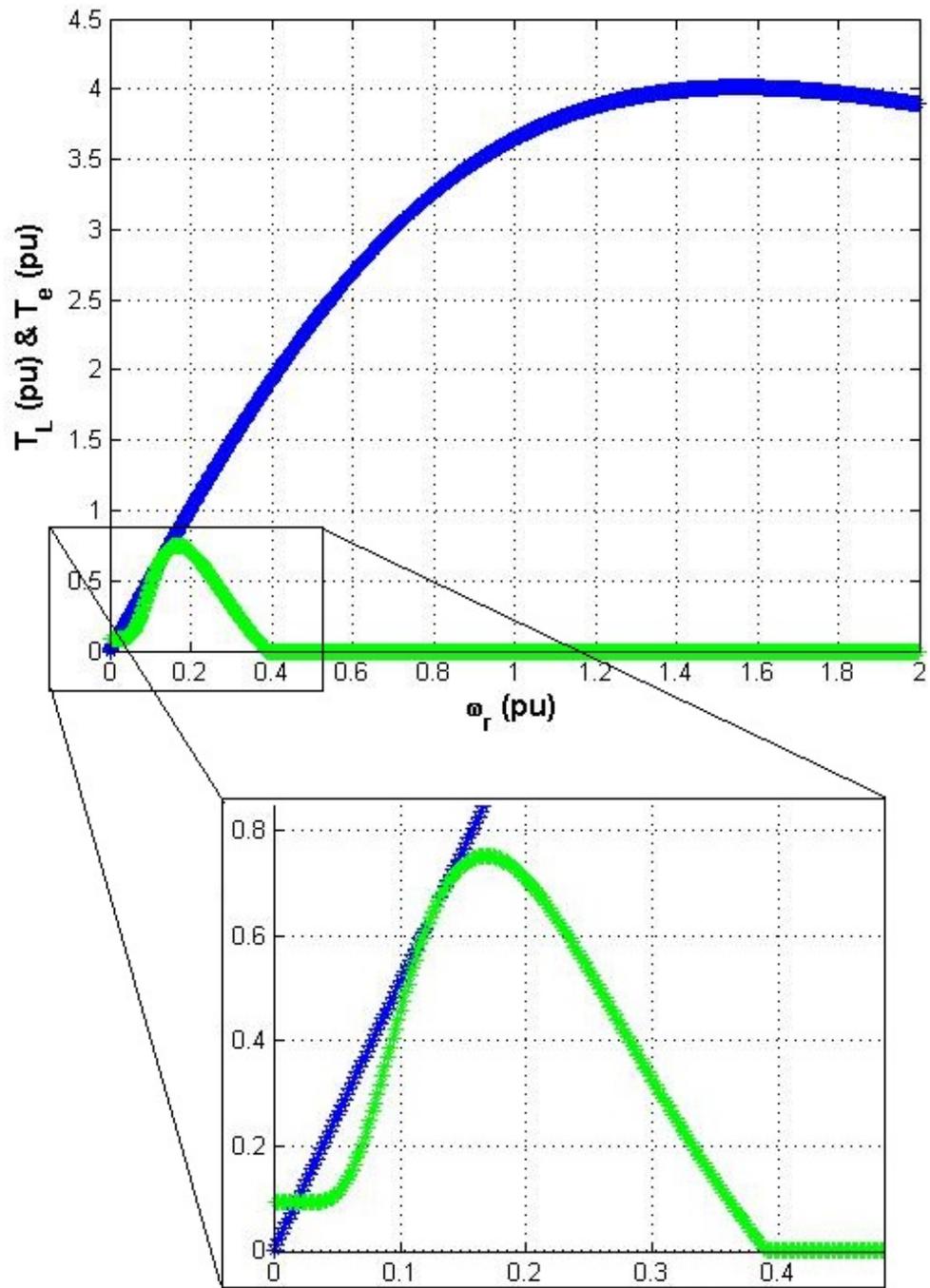


Figura 5.24: Curva característica de  $T_e - \omega_r$  y Par Mecanico  $T_L$  con una  $V_w = 5$

## 5.5. SIMULACIÓN DEL MODELO DEL SISTEMA EN P.U.

---

Las figuras 5.23 y 5.24 son presentadas con diferente valor de  $V_w$  para que la visualización de la variación de  $T_L$  con respecto al parámetro de bifurcación sea evidenciada.

La figura 5.23 tiene un valor de la velocidad del viento  $V_w = 4$  y presenta solamente 1 intersección de  $T_e$  y  $T_L$ , lo que significa que en esta no existe multiplicidad de equilibrios.

La figura 5.24 tiene un valor de la velocidad del viento  $V_w = 5$  y presenta 2 intersección de  $T_e$  y  $T_L$ . Lo que significa que para 1 valor de velocidad del viento, existen 2 valores de par eléctrico  $T_e$  en el sistema, esto quiere decir que existen bifurcaciones en el sistema.

# *Capitulo* **6**

---

---

## *Implementacion del Metodo de Continuacion*

En este capitulo se explica la aplicación del método de continuación a las ecuaciones del sistema. Se presentan las ecuaciones del método de continuación y se explica paso a paso su funcionamiento.

## 6.1. Explicación del Método de continuación

El Método de Continuación esta basado en un método de predicción y corrección que se emplea para calcular aproximaciones de las soluciones en estado estacionario de un sistema de ecuaciones. A continuación se explica de forma ilustrativa mediante ecuaciones como funciona el método de continuación. Esta información esta basada en [11],[19],[20],[21] y [19].

### Principios básicos para la aplicación del Método de continuación

Considere la ecuación  $f(x) = 0$ , la cual contiene un parámetro  $\alpha$  del que depende la solución sistema. Por lo tanto, esta dependencia la podemos expresar reescribiendo la ecuación  $f(x, \alpha) = 0$ .

Si  $x$  es de dimension  $n$  y  $f$  es una función vectorial  $n - dimensional$ , es decir, es un sistema de  $n$  ecuaciones y  $(n + 1)$  incógnitas, define una curva unidimensional en el espacio paramétrico real  $\mathbb{R}^{n+1}$ . Esta curva es llamada también rama de soluciones, la cual depende del parámetro  $\alpha$ . Se dice que el calculo de esta rama es un problema de continuación.

Mediante continuación podemos encontrar la relación entre el parámetro y la solución, así como el efecto producido en la solución al perturbar el parámetro. Además, es posible caracterizar la estabilidad de cada una de las soluciones encontradas.

En una rama de soluciones, se pueden encontrar cambios cualitativos que generan variaciones en el comportamiento de las soluciones de la rama, estos cambios son las antes mencionadas bifurcaciones, ver *Capitulo 1*. En este punto es importante señalar que la utilización de un método de aproximación para la solución de las ramas de soluciones que contengan algún tipo de bifurcación, pasaría por alto la multiplicidad de soluciones que se presentan ante las bifurcaciones, de tal modo que solo veríamos una parte de la gama de respuestas del sistema. Sin embargo, el método de continuación "camina" sobre la rama de soluciones y abarca todas las soluciones generadas, aun si existe una bifurcación.

El método de continuación no solo es útil para calculo de ramas de soluciones con un solo

## 6.1. EXPLICACIÓN DEL MÉTODO DE CONTINUACIÓN

---

parámetro de bifurcación, también se puede aplicar a problemas complejos que contengan múltiples parámetros de bifurcación.

Considere el problema de continuación del sistema de generación eólico

$$f(x, \alpha) = 0 \quad (6.29)$$

donde  $x = [i_{qs} \ i_{ds} \ \omega_r]^T$  y nuestro parámetro de bifurcación es  $\alpha = V_w$  que es la velocidad del viento.

Definimos  $\gamma$  como nuestra variable de parametrización es decir el paso incremental ( $\Delta\gamma$ ) que define la distancia entre una solución y la siguiente (también es llamado parámetro de longitud de arco). Entonces agregaremos la siguiente ecuación al sistema (6.29) la cual caracterizara la parametrización del sistema.

$$q(x, \alpha, \gamma) = 0$$

El sistema de ecuaciones ahora tiene la siguiente forma

$$g(y) = \begin{bmatrix} f(x, \alpha) \\ q(x, \alpha, \gamma) \end{bmatrix} = 0 ; \quad y = \begin{bmatrix} x(\gamma) \\ \alpha(\gamma) \end{bmatrix} = 0 \quad (6.30)$$

donde  $y$  es nuestro nuevo vector compuesto que se va a calcular y  $f(x, \alpha)$  es el lado derecho de las ecuaciones diferenciales del modelo del sistema presentado en (5.28).

### Ecuación de Parametrización

Antes de iniciar el método de continuación es necesario elegir la parametrización. Para esto existen varios métodos, pero en casos, donde no hay suficiente información sobre la curva de soluciones, se necesita un método que no tenga fallas si se presentan Turning Points u otro tipo de bifurcaciones que involucren cambios bruscos de dirección.

El método ideal para estos casos es la *Parametrización por Pseudo-Longitud de arco*.

El parámetro de longitud de arco  $\gamma$  se define mediante la expresión de la longitud de arco (6.31) donde el factor de retorno es definido entre  $0 < \zeta < 1$

$$\zeta \left\| \frac{dx}{d\gamma} \right\|_2^2 + \left( \frac{d\alpha}{d\gamma} \right) = 1 \quad (6.31)$$

Teniendo una solución

$$(\bar{x}, \bar{\alpha}) = (\bar{x}(\gamma_0), \bar{\alpha}(\gamma_0))$$

esta servirá como solución inicial mientras que

$$(x, \alpha) = (x(\gamma_1), \alpha(\gamma_1))$$

sera la siguiente solución.

La ecuación de parametrización (6.32) queda de la siguiente manera [11]

$$q(x, \alpha, \gamma) = \zeta \left\| x - \bar{x} \right\|_2^2 + (\alpha - \bar{\alpha})^2 - (\Delta\gamma)^2 \quad (6.32)$$

### Proceso Euler-Newton

El siguiente paso es definir el método Predictor- Corrector. Al tener un punto inicial predecimos la siguiente solución en la rama y esta probablemente esta equivocada, es necesario corregir el error. La dupla mas comúnmente usada para continuación según [11] es *Euler-Newton*.

Mientras el método de Euler, predice el siguiente punto de la solución, esto es

$$(x_0, \alpha_0) = (\bar{x}, \bar{\alpha}) + \Delta\gamma \cdot (\dot{\bar{x}}, \dot{\bar{\alpha}})$$

donde las derivadas  $(\dot{\bar{x}}, \dot{\bar{\alpha}})$  están dadas por

$$\dot{\bar{x}} = \frac{dx}{d\alpha} = \frac{x - \bar{x}}{\Delta\gamma} ; \quad \dot{\bar{\alpha}} = \frac{d\alpha}{d\gamma} = \frac{\alpha - \bar{\alpha}}{\Delta\gamma}.$$

la solución inicial  $y = (x_0, \alpha_0)$  se corrige mediante el *Método de Newton* para  $n = 1, 2, 3, \dots$

$$g'(y_n) \cdot \Delta y = -g(y_n) \quad (6.33)$$

$$y_{n+1} = y_n + \Delta y$$

## 6.1. EXPLICACIÓN DEL MÉTODO DE CONTINUACIÓN

---

El proceso de Newton se repite hasta que el criterio

$$\|\Delta y\|_{\infty} < \varepsilon \quad (6.34)$$

se alcanza, donde  $\varepsilon$  es la tolerancia del error.

### Definir la matriz Jacobiana del sistema

Lo siguiente que necesitamos definir es la *Matriz Jacobiana del Sistema* y la matriz de derivadas parciales con respecto al parámetros de bifurcación  $\alpha$ .

El Jacobiano del sistema se forma por las derivadas parciales de la función  $f(x, \alpha)$  con respecto a la variables de estado

$$Jac = \frac{\partial f(x, \alpha)}{\partial x}$$

es decir, es necesario obtener las derivadas parciales de cada una de las funciones de nuestro sistema con respecto a las variables de estado de interés, si

$$x = [f_1 \ f_2 \ f_3]^T = [i_{qs} \ i_{ds} \ \omega_r]^T$$

entonces el jacobiano se obtiene como se muestra en la ecuación (6.35)

$$Jac = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial f_1} & \frac{\partial f_1}{\partial f_2} & \frac{\partial f_1}{\partial f_3} \\ \frac{\partial f_2}{\partial f_1} & \frac{\partial f_2}{\partial f_2} & \frac{\partial f_2}{\partial f_3} \\ \frac{\partial f_3}{\partial f_1} & \frac{\partial f_3}{\partial f_2} & \frac{\partial f_3}{\partial f_3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial i_{qs}}{\partial i_{qs}} & \frac{\partial i_{qs}}{\partial i_{ds}} & \frac{\partial i_{qs}}{\partial \omega_r} \\ \frac{\partial i_{ds}}{\partial i_{qs}} & \frac{\partial i_{ds}}{\partial i_{ds}} & \frac{\partial i_{ds}}{\partial \omega_r} \\ \frac{\partial \omega_r}{\partial i_{qs}} & \frac{\partial \omega_r}{\partial i_{ds}} & \frac{\partial \omega_r}{\partial \omega_r} \end{bmatrix} \quad (6.35)$$

El calculo de las derivadas parciales se realizo mediante programación simbólica en Matlab para mayor exactitud. Los resultados obtenidos se presentan a continuación.

## 6.1. EXPLICACIÓN DEL MÉTODO DE CONTINUACIÓN

---

Derivadas parciales de  $i_{qs}$  con respecto a  $i_{qs}, i_{ds}, \omega_r$

$$\begin{aligned}\frac{\partial i_{qs}}{\partial i_{qs}} &= -\frac{(\omega_b(R_l + R_s))}{X_q} \\ \frac{\partial i_{qs}}{\partial i_{ds}} &= -\frac{X_d \omega_b \omega_r}{X_q} \\ \frac{\partial i_{qs}}{\partial \omega_r} &= \frac{(\omega_b(\lambda_w - X_d i_{ds}))}{X_q}\end{aligned}$$

Derivadas parciales de  $i_{ds}$  con respecto a  $i_{qs}, i_{ds}, \omega_r$

$$\begin{aligned}\frac{\partial i_{ds}}{\partial i_{qs}} &= \frac{X_q \omega_b \omega_r}{X_d} \\ \frac{\partial i_{ds}}{\partial i_{ds}} &= -\frac{(\omega_b(R_l + R_s))}{X_d} \\ \frac{\partial i_{ds}}{\partial \omega_r} &= \frac{X_q i_{qs} \omega_b}{X_d}\end{aligned}$$

Derivadas parciales de  $\omega_r$  con respecto a  $i_{qs}, i_{ds}, \omega_r$

$$\begin{aligned}\frac{\partial \omega_r}{\partial i_{qs}} &= -\frac{(\lambda_w - X_d i_{ds} + X_q i_{ds})}{2H} \\ \frac{\partial \omega_r}{\partial i_{ds}} &= \frac{(X_d i_{qs} - X_q i_{qs})}{2H} \\ \frac{\partial \omega_r}{\partial \omega_r} &= E\end{aligned}$$

Debido a la complejidad y extensión de la derivada parcial  $\frac{\partial \omega_r}{\partial \omega_r}$  por las múltiples dependencias que existen de  $\omega_r$  en la ecuación de  $T_L$ , se definieron igualdades para hacer más fácil el manejo de la matriz Jacobina.

Las derivadas parciales del sistema con respecto al parámetro de bifurcación  $\alpha$ , que en nuestro caso es la velocidad del viento, fue desarrollada de la misma manera. Como resultado obtenemos un vector como la que se muestra a continuación en la ecuación (6.37)

## 6.1. EXPLICACIÓN DEL MÉTODO DE CONTINUACIÓN

---

$$fV_w = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial \alpha} \\ \frac{\partial f_2}{\partial \alpha} \\ \frac{\partial f_3}{\partial \alpha} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial i_{qs}}{\partial V_w} \\ \frac{\partial i_{ds}}{\partial V_w} \\ \frac{\partial \omega_r}{\partial V_w} \end{bmatrix} \quad (6.36)$$

$$fV_w = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ F \end{bmatrix} \quad (6.37)$$

Se presento un caso similar al de el elemento (3,3) del Jcobiano del sistema  $\frac{\partial f(x,\alpha)}{\partial x}$ . En este caso, la derivada parcial  $\frac{\partial \omega_r}{\partial V_w}$  se sintetizo con el elemento  $F$  que corresponde a igualdades para hacer mas fácil el manejo de la matriz Jacobina. Esto ocurrió debido a las múltiples dependencias que existen de  $V_w$  en la ecuación de  $T_L$ .

### Código del programa para Obtener las Matrices Jacobianas del sistema

```

clc; clear all
%-----Declaracion de Variables Simbolicas-----
syms iqs ids Rs Rl wr Xd Xq wb Lm Vw P H p A TB c1 c2 c3 c4 c5 c6 B k1
k2 r k3 Lw k n
%-----Ecuaciones del Sistema-----
diqs=(wb/Xq)*(-Rl*iqs-Rs*iqs-wr*ids*Xd+wr*Lw); %.....FUNCION 1
dids=(wb/Xd)*(-Rl*ids-Rs*ids+wr*iqs*Xq); %.....FUNCION 2
wt=(wr*wb)/2;
L=(r*wt)/Vw;
Li1=(1/(L+0.08*B))-(0.035/((B^3)+1));
Li=1/Li1;
Cp=c1*(c2/Li-c3*B-c4)*exp(-c5/Li)+c6*L;
Tl=(0.5*p*Cp*A*Vw^3)/(wt*TB);
Te=-Xd*ids*iqs+Lw*iqs+Xq*iqs*ids;
dwr=(Tl-Te)/(2*H); %.....FUNCION 3
%-----Calculo de las derivadas parciales-----
diqsiqs=diff(diqs,iqs)

```

## 6.1. EXPLICACIÓN DEL MÉTODO DE CONTINUACIÓN

```

diqsids=diff(diqs,ids)
diqswr=diff(diqs,wr)
didsiqs=diff(dids,iqs)
didsids=diff(dids,ids)
didswr=diff(dids,wr)
dwriqs=diff(dwr,iqs)
dwrids=diff(dwr,ids)
dwrwr=diff(dwr,wr)
diqsVw=diff(diqs,Vw)
didsVw=diff(dids,Vw)
dwrVw=diff(dwr,Vw)
%-----
Jac =[diqsiqs, diqsids, diqswr;
      didsiqs, didsids, didswr;
      dwriqs, dwrids, dwrwr]

Jac (Vw)=[diqsVw;
          didsVw;
          dwrVw]

pause
close all

```

### Descripción del Proceso Iterativo de Newton

Dentro de cada interacción dentro del método de Newton se utilizan las Matrices (6.35) y (6.37). Estas son utilizadas para el cálculo del Jacobiano aumentado

$$g'(y_n) = \begin{bmatrix} \frac{\partial f(x, \alpha)}{\partial x} & f\alpha \\ \left(\frac{\partial q(x, \alpha, \gamma)}{\partial x}\right)^T & \frac{\partial q(x, \alpha, \gamma)}{\partial \alpha} \end{bmatrix} \quad (6.38)$$

donde  $\frac{\partial f(x, p)}{\partial x}$  es el Jacobiano del sistema, definido en la ecuación (6.35);  $f\alpha$  es el vector de derivadas parciales de  $f(x, p)$  con respecto al parámetro de bifurcación  $V_w$ , definido en la ecuación (6.37) y los elementos restantes de la matriz se obtienen derivando la ecuación (6.32) con respecto a las variables de estado  $x$  y al parámetro de bifurcación  $\alpha$ .

Sustituyendo todos estos elementos en la Matriz aumentada (6.38) y despejando, obtene-

## 6.1. EXPLICACIÓN DEL MÉTODO DE CONTINUACIÓN

---

mos

$$\begin{bmatrix} -f(x, \alpha) \\ -q(x, \alpha, \gamma) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f(x, \alpha)}{\partial x} & f\alpha \\ 2\zeta \cdot (x - \bar{x})^T & 2 \cdot (\alpha - \bar{\alpha}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta \alpha \end{bmatrix}$$

La solución de este sistema se puede obtener en dos pasos, considerando

$$\begin{aligned} -f(x, \alpha) &= \left( \frac{\partial f(x, \alpha)}{\partial x} \right) \Delta x + f\alpha \Delta \alpha \\ -q(x, \alpha, \gamma) &= 2\zeta \cdot (x - \bar{x})^T \Delta x + 2 \cdot (\alpha - \bar{\alpha}) \Delta \alpha \end{aligned} \quad (6.39)$$

A esta ecuaciones se introducen 2 nuevos términos:  $z_1$  y  $z_2$ , los cuales se definen como

$$\begin{aligned} \frac{\partial f(x, \alpha)}{\partial x} z_1 &= -f(x, \alpha) \\ \frac{\partial f(x, \alpha)}{\partial x} z_2 &= -f\alpha \end{aligned}$$

Despejando tenemos

$$\begin{aligned} \Delta x &= z_1 - (\Delta \alpha) z_2 \\ \Delta \alpha &= \frac{-q(x, \alpha, \gamma) - 2\zeta(x - \bar{x})^T z_1}{2(\alpha - \bar{\alpha}) - 2\zeta(x - \bar{x})^T z_2} \end{aligned} \quad (6.40)$$

donde  $z_1$  y  $z_2$  se definen como

$$\begin{aligned} z_1 &= \left( \frac{\partial f(x, \alpha)}{\partial x} \right)^{-1} (-f(x, \alpha)) \\ z_2 &= \left( \frac{\partial f(x, \alpha)}{\partial x} \right)^{-1} (f\alpha) \end{aligned}$$

Entonces las nuevas posibles soluciones están dadas por

$$\begin{aligned} x &= x + \Delta x \\ \alpha &= \alpha + \Delta \alpha \end{aligned} \quad (6.41)$$

Es aquí donde el proceso de corrección se repite hasta que la norma del valor incremental es menor al error

$$\|\Delta x, \Delta \alpha\|_\infty < \varepsilon$$

Entonces, los pasos para cada iteración del proceso de Newton se repiten.

# *Capitulo* **7**

---

---

## *Bifurcaciones*

En este capitulo se muestra la simulación realizada mediante el programa MatLab. Se presenta el código del programa, señalando paso a paso las partes mas importantes a comprender del mismo. Además, Se evidencia la aparición de bifurcaciones en el sistema estudiado.

## 7.1. Bifurcaciones en el Sistema Eólico

Mediante el modelo en P.U. del motor de imanes permanentes y el modelo de la turbina eólica, se desarrollo un algoritmo del método de continuación, el cual analiza el sistema para detectar la presencia de bifurcaciones. El parámetro de bifurcación utilizado es la variación de viento.

Dentro del programa de Matlab, el algoritmo hace variar  $V_w$ , mientras que las ecuaciones del método de continuación analizan el comportamiento de la variable significativa,  $T_e$ .

De este modo se encontró una bifurcación tipo histeresis, la cual esta formada por dos bifurcaciones saddle-node, como se puede apreciar en la Figura 7.25.

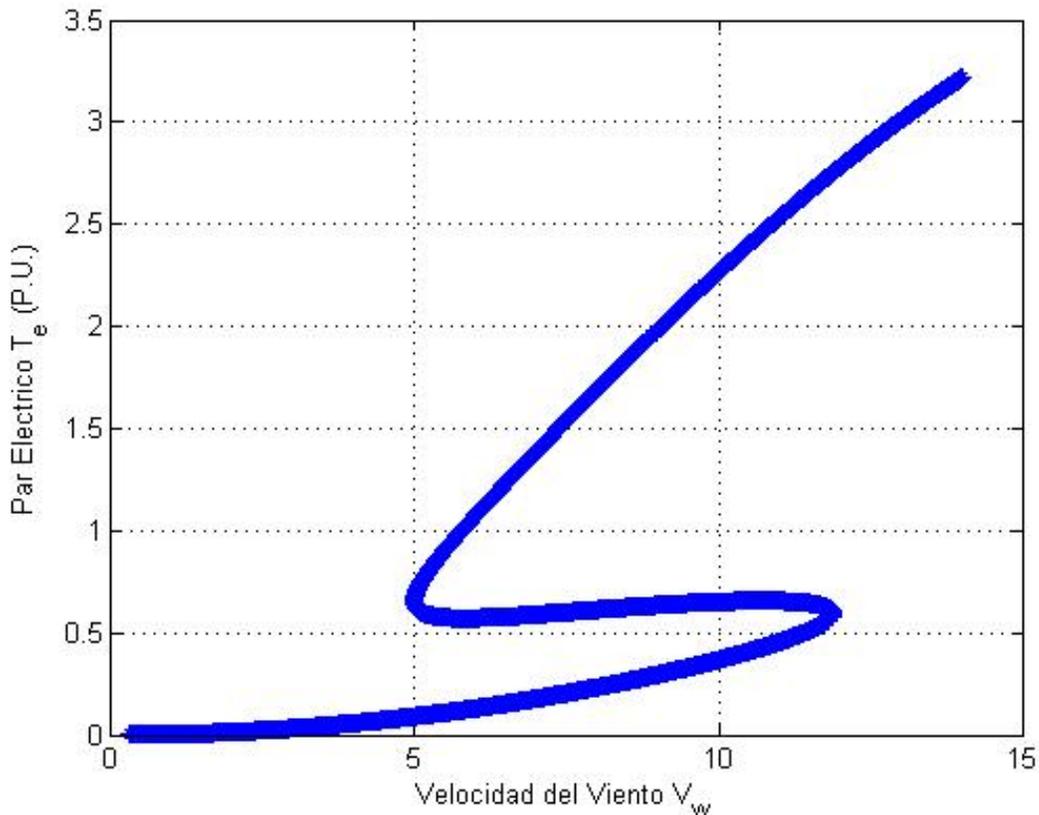


Figura 7.25: Diagrama de bifurcación tipo Histeresis.

Se puede apreciar en el eje  $x$  la variación del parámetro de bifurcación  $V_w$  en  $m/s$  y en el eje  $y$  el comportamiento del par eléctrico  $T_e$  en P.U.

La Figura 7.25 evidencia que existe multiplicidad de equilibrios a partir de un valor de velocidad del viento de  $5m/s$  en donde se presentan dos valores de  $T_e$  para un solo valor de  $V_w$ . Al continuar con el aumento de velocidad aparecen 3 posibles valores de  $T_e$  para cada valor de  $V_w$ , esto ocurre para  $5m/s < V_w < 14m/s$ . Posteriormente, vuelven a ser dos valores de par eléctrico para un solo valor de  $V_w$  y finaliza con uno solo valor de  $T_e$  para cada valor de  $V_w$ .

### 7.1.1. Estabilidad

En la sección 7.1 se mostró el diagrama de bifurcación, el cual evidencia el comportamiento del conjunto de equilibrios ante la variación de  $V_w$ . La presencia de la múltiple estabilidad es indicio de que existen equilibrios estables e inestables.

Para determinar la estabilidad de cada punto equilibrio encontrado, es necesario analizar los eigenvalores del sistema en el plano complejo para cada solución. Para ello se realizó un registro de los eigenvalores en cada iteración, que corresponde al cálculo de cada solución, Figura 7.26.

La estabilidad de cada equilibrio está definida por el eigenvalor crítico que cruza el eje imaginario de valores reales negativos a valores reales positivos. Cuando el eigenvalor crítico se encuentra en valores reales negativos el equilibrio es estable. Por otro lado, si el eigenvalor se encuentra en valores reales positivos el equilibrio es inestable.

La Figura 7.28 muestra el diagrama de bifurcación con la caracterización de la estabilidad. La sección azul indica los equilibrios estables, mientras que la sección de color rojo indica los equilibrios inestables.

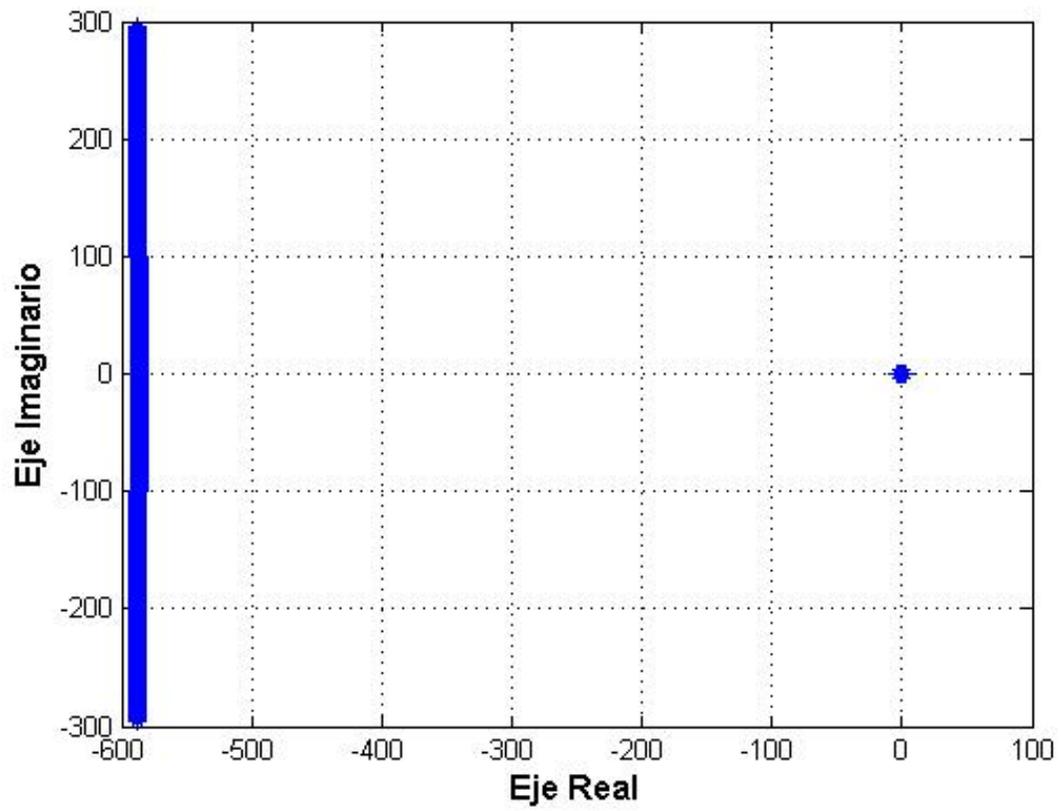


Figura 7.26: Comportamiento de los eigenvalores del sistema.

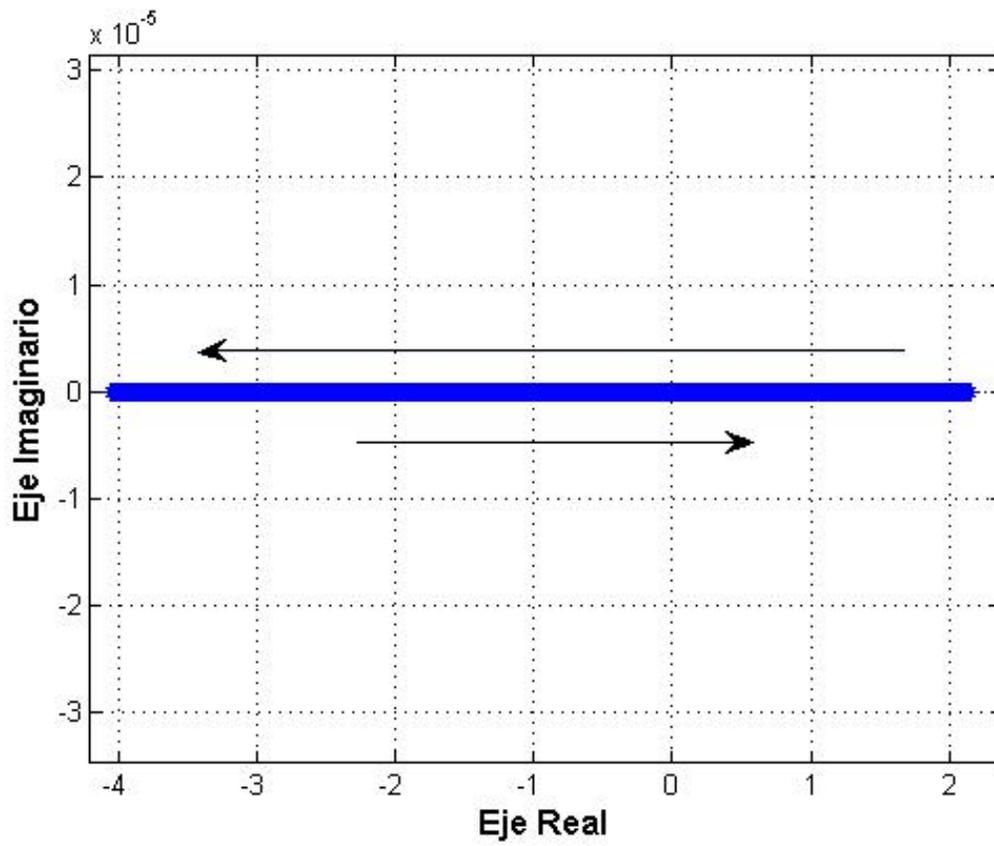


Figura 7.27: Acercamiento en el plano complejo del eigenvalor crítico.

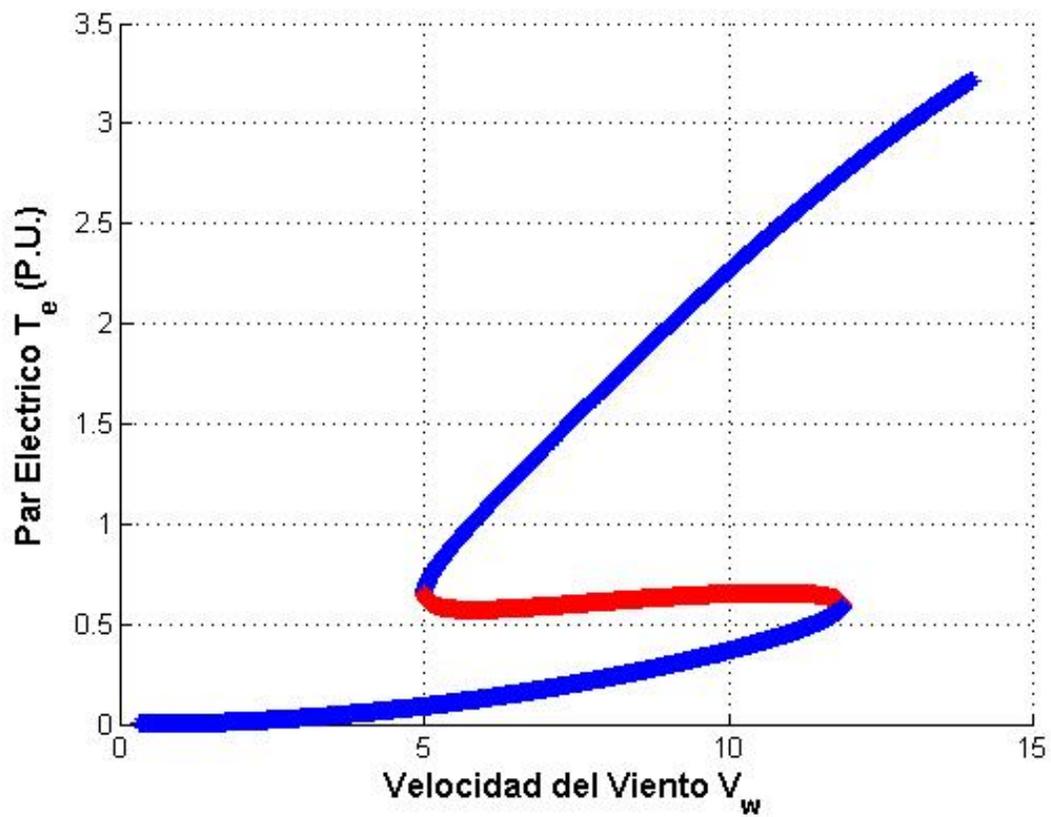


Figura 7.28: Diagrama de bifurcacion con caracterizacion de estabilidad.

## 7.2. Programa de Continuación

A continuación se presenta el código del programa realizado en Matlab para encontrar bifurcaciones en el sistema eólico.

```

clc;clear all;close all;format long
%-----PARAMETROS reales MAQUINA-----
Rs=0.7;Rl=3.3;Lm=0.441063116;wb=2*pi*60;
Lq=0.0068;Ld=0.00681;Xq=Lq*wb;Xd=Ld*wb;
P=2;J=0.049600237572295;h=0;
%-----PARAMETROS reales Turbina-----
B=1;r=1.14;A=pi*r^2;p=1.23;c1=0.5176;
c2=116; c3=0.4; c4=5; c5=21; c6=0.0068;
%-----VALORES BASE-----
PB=746*2.7; VB=sqrt(2)*220; ZB=(3/2)*(VB^2)/PB;
IB=VB/ZB; TB=PB/wb;H=(1/2)*(2/P)^2*(J*wb^2/PB);
%-----CONVERSION DE PARAMETROS A PU-----
Rs=Rs/ZB; Rl=Rl/ZB; Xq=Xq/ZB; Xd=Xd/ZB; Lw=Lm*wb/VB;
tic
x=1;Z=02;hs=-0.005;
error=[1;1;1;1;1;1];
%-----CALCULO DE CONDICIONES INICIALES-----
wr(x)=.782;wrt=wr(x);
Iqds=(inv([(-wb/Xq)*(Rl+Rs) , -(wb/Xq)*wrt*Xd ;
(wb/Xd)*wrt*Xq , -(wb/Xd)*(Rl+Rs)]))*[(-wb/Xq)*wrt*Lw;0];
iqst(x)=Iqds(1,1);
idst(x)=Iqds(2,1);
TE(x)=-Xd*idst(x)*iqst(x)+Lw*iqst(x)+Xq*iqst(x)*idst(x);

%-----NEWTON RAPSON calculo de Vw-----
k=1;Vw(1)=13;Vw(2)=100;
while abs(Vw(end)-Vw(end-1))>0.0000001
    wt=(wr*wb)/2;
    L=(r*wt)/Vw(k);
    Lil=(1/(L+0.08*B))-(0.035/((B^3)+1));
    Li=1/Lil;
    Cp=c1*(c2/Li-c3*B-c4)*exp(-c5/Li)+c6*L;
if Cp<0
    Cp=0;
end
    fx=TE(x)-(0.5*p*Cp*A*Vw(k)^3)/(wt*TB);
    fxd=(3*A*Vw(k)^2*p*(c1*exp(c5*(7/(200*(B^3+1))-1/((2*B)/25+
+(r*wb*wr)/(2*Vw(k))))*(c4+B*c3+c2*(7/(200*(B^3+1))-
1/((2*B)/25+(r*wb*wr)/(2*Vw(k))))-(c6*r*wb*wr)/(2*Vw(k)))
/(TB*wb*wr)-(A*Vw(k)^3*p*(c1*c2*r*wb*wr*exp(c5*(7/(200*

```

## 7.2. PROGRAMA DE CONTINUACIÓN

```

(B^3 + 1)) - 1/((2*B)/25 + (r*wb*wr)/(2*Vw(k)))))/(2*Vw(k)^2*
((2*B)/25 + (r*wb*wr)/(2*Vw(k)))^2) - (c6*r*wb*wr)/(2*Vw(k)^2) +
+ (c1*c5*r*wb*wr*exp(c5*(7/(200*(B^3 + 1)) - 1/((2*B)/25 + (r*wb*wr)
/(2*Vw(k)))))*(c4 + B*c3 + c2*(7/(200*(B^3 + 1)) - 1/((2*B)/25 +
+ (r*wb*wr)/(2*Vw(k))))))/(2*Vw(k)^2*((2*B)/25 + (r*wb*wr)
/(2*Vw(k)))^2)))/(TB*wb*wr);
    Vw(k+1)=Vw(k)-fx/fxd;
    k=k+1;
end
    Vw=Vw(end-1);Vwt=Vw;Cp;
wt=(wrt*wb)/2;
L(x)=(r*wt)/Vw;
Li1=(1/(L(x)+0.08*B))-(0.035/((B^(3))+1));
Li=1/Li1;
Cp(x)=c1*(c2/Li-c3*B-c4)*exp(-c5/Li)+c6*L(x);
TL(x)=(0.5*p*Cp(x)*A*Vw^3)/(wt*TB);

%-----MATRICES DE DERIVADAS PARCIALES-----

    k1=0.5*p*A*Vw^3*P/(wb*TB);
    k2=r*wb/(Vw*P); k3=c2*0.035/(B^3+1);
    k4=c5*0.035/(B^3+1);
    k5=-c1*k3-c1*c3*B-c1*c4;
    k6=c6*k2; x1=k1*c1*c2; x2=0.08*B;
    x3=k1*k5; x4=k1*k6;

E=(exp(k4-c5/(k2*wrt+x2))/(2*H))*(((x3*k2*wrt+x3*x2+x1)*
*c5*k2/((k2*wrt^2+x2*wrt)*(k2*wrt+x2)^2))+((k2*wrt^2+x2*wrt)
*x3*k2+(x3*k2*wrt+x3*x2+x1)*(2*k2*wrt+x2))/(k2*wrt^2+
+x2*wrt)^2);

F=((A*Vw^3*p*((c1*c2*r*wb*wr*exp(c5*(7/(200*(B^3 + 1)) -1/((2*B)
/25 + (r*wb*wr)/(2*Vw)))))/(2*Vw^2*((2*B)/25+(r*wb*wr)/(2*Vw))^2)
- (c6*r*wb*wr)/(2*Vw^2) + (c1*c5*r*wb*wr*exp(c5*(7/(200*
(B^3 + 1)) - 1/((2*B)/25 + (r*wb*wr)/(2*Vw))))*(c4 + B*c3 + c2*
(7/(200*(B^3 + 1))- 1/((2*B)/25 + (r*wb*wr)/(2*Vw)))))/(2*Vw^2*
((2*B)/25 + (r*wb*wr)/(2*Vw))^2)))/(TB*wb*wr)
- (3*A*Vw^2*p*(c1*exp(c5*(7/(200*(B^3 + 1))-1/((2*B)/25+ (r*wb*wr)
/(2*Vw))))*(c4 + B*c3 + c2*(7/(200*(B^3 + 1)) - 1/((2*B)/25 +
+ (r*wb*wr)/(2*Vw)))) - (c6*r*wb*wr)/(2*Vw)))/(TB*wb*wr))/(2*H)];

    Q=[(-Rs-Rl)*wb/Xq -wrt*Xd*wb/Xq (-Xd*idst+Lw)*wb/Xq;
    wrt*Xq*wb/Xd (-Rs-Rl)*wb/Xd Xq*iqst*wb/Xd;
    (idst*Xd-Lw-idst*Xq)/(2*H) (iqst*Xd-iqst*Xq)/(2*H) E];

    fVw=[0;0;F]

%-----Calculo del Primer punto-----
    dLVw=(inv(Q))*(-fVw);

```

```

    dVws=1/(sqrt(1+Z*(norm((dLVw),1)^2)));
    dLs=dLVw*dVws;
    Iqstt=dLs(1,1);
    Idstt=dLs(2,1);
    wrtt=dLs(3,1);
    Vwtt=dVws;
%-----
for x=1:6200
    if x>=2
        Iqstt=(iqst(x)-iqs)/hs;%-----1
        Idstt=(idst(x)-ids)/hs;
        wrtt=(wrt(x)-wr)/hs;
        Vwtt=(Vwt(x)-Vw)/hs;
    end
    iqs=iqst(x)+hs*Iqstt;%-----2
    ids=idst(x)+hs*Idstt;
    wr=wrt(x)+hs*wrtt;
    Vw=Vwt(x)+hs*Vwtt;
    Lt=[iqst(x);idst(x);wrt(x)];
while norm(error,inf)> 0.1
    LL=[iqs;ids;wr];
    Te=-Xd*iqs*ids+Lw*iqs+Xq*iqs*ids;
    wt=(wr*wb)/2;
    L=(r*wt)/Vw;
    Li1=(1/(L+0.08*B))-(0.035/((B^(3))+1));
    Li=1/Li1;
    Cp=c1*(c2/Li-c3*B-c4)*exp(-c5/Li)+c6*L;
if Cp<0
    Cp=0;
end
%-----
Tl=(0.5*p*Cp*A*Vw^3)/(wt*TB);
f=[wb/Xq*(-Rl*iqs-Rs*iqs-wr*Xd*ids+wr*Lw);
   wb/Xd*(-Rl*ids-Rs*ids+wr*Xq*iqs);
   (Tl-Te)/(2*H)];
q=(Z*(norm((LL-Lt),2)^2)+
   (Vw-Vwt(x))^2-hs^2);%-----4
k1=0.5*p*A*Vw^3*P/(wb*TB); k2=r*wb/(Vw*P); k3=c2*0.035/(B^3+1);
k4=c5*0.035/(B^3+1); k5=-c1*k3-c1*c3*B-c1*c4; k6=c6*k2;
x1=k1*c1*c2; x2=0.08*B; x3=k1*k5; x4=k1*k6;

E=(exp(k4-c5/(k2*wr+x2))/(2*H))*(((x3*k2*wr+x3*x2+x1)*
*c5*k2/((k2*wr^2+x2*wr)*(k2*wr+x2)^2))+((k2*wr^2+x2*wr)*x3*k2-
-(x3*k2*wr+x3*x2+x1)*(2*k2*wr+x2))/(k2*wr^2+x2*wr)^2);

Q=[(-Rs-Rl)*wb/Xq -wr*Xd*wb/Xq (-Xd*ids+Lw)*wb/Xq;
   wr*Xq*wb/Xd (-Rs-Rl)*wb/Xd Xq*iqs*wb/Xd;
   (ids*Xd-Lw-ids*Xq)/(2*H) (iqs*Xd-iqs*Xq)/(2*H) E];%-----6

```

## 7.2. PROGRAMA DE CONTINUACIÓN

```

                Z1=(inv(Q))*(-f); %-----7
                Z2=(inv(Q))*(fVw);
                hVw=(-q-(2*Z*(LL-Lt) '*Z1))/(2*(Vw-Vwt(x))
                    -2*Z*(LL-Lt) '*Z2); %-----8
hL=(Z1-hVw*Z2); %-----9
    hiqs=hL(1,1);
    hids=hL(2,1);
    hwr=hL(3,1);
iqs=iqs+hiqs; %-----10
ids=ids+hids;
wr=wr+hwr;
    Vw=Vw+hVw;
    error=[hL;hVw];
end

%-----
h=h+1;
    error=[1;1;1;1;1;1];
        iqst(x+1)=iqs;
        idst(x+1)=ids;
        wrt(x+1)=wr;
        Vwt(x+1)=Vw;
    TE(x+1)=-Xd*iqst(x+1)*idst(x+1)+Lw*iqst(x+1)+
        +Xq*iqst(x+1)*idst(x+1);
    wt=(wrt(x+1)*wb)/2;
    L=(r*wt)/Vw;
    Lil=(1/(L+0.08*B))-(0.035/((B^(3))+1));
    Li=1/Lil;
    Cp=c1*(c2/Li-c3*B-c4)*exp(-c5/Li)+c6*L;
if Cp<0
    Cp=0;
end
    TL(x+1)=(0.5*p*Cp*A*Vw^3)/(wt*TB);
    iqs=iqst(x);
    ids=idst(x);
    wr=wrt(x);
    Vw=Vwt(x);
        plot(Vw,TE(x),'*')
        grid on
        xlabel('Velocidad del Viento V_{w}')
        ylabel('Par Electrico T_{e} (P.U.)')
        hold on
end
toc
pause
close all

```

# *Capitulo* **8**

---

---

## *Conclusiones*

En este capitulo se describen las conclusiones generadas a partir de los resultados obtenidos durante el desarrollo del análisis de las bifurcaciones.

Los resultados obtenidos durante la realización del presente estudio evidencian la presencia de bifurcaciones en el sistema de generación eólico ante la variación de la velocidad del viento en valores de funcionamiento normal.

Se presenta multiplicidad de equilibrios en la variable significativa,  $T_e$ , lo que significa que ante una misma entrada de velocidad puede haber diferentes respuesta en el sistema.

En los resultados de simulación, se obtuvo una bifurcación tipo Histeresis, la cual genera hasta 3 diferentes puntos de equilibrio para un rango de velocidad específico,  $5m/s < V_w < 14m/s$ .

La multiplicidad de equilibrios puede generar respuestas indeseadas así como daños en las maquinas ante comportamientos inestables.

El aporte significativo de este trabajo es el conocimiento de la aplicación del método de continuación y la teoría de bifurcaciones para el conocimiento y prevención de fenómenos de bifurcación en los sistemas eólicos.

# Referencias

- [1] KRAUSE, PAUL C.; WASYNCZUK, OLEG & SUDHOFF, SCOTT D., *Analysis of Electric Machinery and Drive Systems*, IEEE Press Power Engineering Series, Second edition, 2002.
- [2] GALVIS CARDONA, JESÚS FELIPE, *Aplicación de la teoría de bifurcaciones al análisis de estabilidad de un sistema de potencia*, Documento de Tesis, Facultad de Ingenierías, Universidad Tecnológica de Pereira, España, 2010.
- [3] LI, JI & ZHOU, XUESONG, *Study on effect of wind power system parameters for Hopf bifurcation based on continuation method*, Tianjin University, Electrical Power Systems and Computers, pp. 965-971, 2011.
- [4] CAÑIZARES, CLAUDIO A., *Condition for Saddle-Node bifurcation in AC/DC Power Systems*, University of Waterloo, International Journal of Electrical Power and Energy Systems, vol. 17, No.1, pp.61-68, 1995.
- [5] SLOOTWEG, J. G.; DE HAAN, S. W.; POLINDER, H. & KLING, W. L., *General Model for Representing Variable Speed Wind Turbines in Power System Dynamics Simulations*, IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 18, No. 1, 2003.
- [6] ABB OY GROUP, *User's Manual ACS350 Drives*, ABB Oy Group, 2007.
- [7] BUCHER, ROBERTO; MANNORI, SIMONE & NETTER, THOMAS, *RTAI-Lab tutorial: Scilab Comedi, and real-time control*, 2008.

- [8] NATIONAL INSTRUMENTS, *User Manual: DAQ 6023E/6024E/6025E*, 2000.
- [9] AEROSOLAR MEXICO, *Aerogeneradores Especificaciones*, Recurso en Línea, Compañía AeroSolar Mexico, Consulta: Mayo-2015, Disponible en [<http://www.aerosolarmexico.com>].
- [10] GCUBE, *10 Top Causes for Turbine Failure*, Recurso en Línea, Compañía GCube, Consulta: Mayo-2015, Disponible en [<http://www.gcube-insurance.com/en/>].
- [11] DE NIET, ARIE, *Step-size control and corrector methods in numerical continuation of ocean circulation and fill-reducing orderings in multilevel ILU methods*, Documento de Tesis, Department of Mathematics, University of Groningen, 2002.
- [12] MING, YIN; GENGYIN, LI; MING, ZHOU & CHENGYONG, ZHAO, *Modeling of the Wind Turbine with a Permanent Magnet Synchronous Generator for Integration*, Power Engineering Society General Meeting, IEEE, pp. 1-3, 2007.
- [13] TAREQ SABER, ABUAISHA, *General study of the control principles and dynamic fault behaviour of variable-speed wind turbine and wind farm generic models*, Renewable Energy, Vol.68, pp.245-254, 2014.
- [14] HAMID, SHARIATPANAH; ROOHOLLAH, FADAEINEDJAD & MASOOD, RASHIDINEJAD, *A New Model for PMSG-Based Wind Turbine With Yaw Control*, IEEE Transactions on Energy Conversion, VOL. 28, No. 4, pp. 929-937, 2013.
- [15] YUANYE, XIA; KHALED, H. AHMED & WILLIAMS, BARRY W., *Wind Turbine Power Coefficient Analysis of a New Maximum Power Point Tracking Technique*, IEEE Transactions on Industrial Electronics, Vol. 60, No. 3, pp.1122-1132, 2013.
- [16] SHI, QIAOMING; WANG, GANG; FU, LIJUN; YUAN, LEI & HUANG, HE, *State-space Averaging Model of Wind Turbine with PMSG and Its Virtual Inertia Control*, 39th Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society, pp. 1880–1886, 2013.

- [17] XU, YANG ; XIANG, GONG & WEI, QIAO, *Mechanical sensorless maximum power tracking control for direct-drive PMSG wind turbines*, IEEE Energy Conversion Congress and Exposition (ECCE), pp. 4091 – 4098, 2010 .
- [18] DE LA ROSA ALEJANDRE, IRVING MARTIN *Observador no lineal para la máquina de Imanes permanentes*, Tesis de Maetria, Instituto Tecnológico de Ciudad Madero, División de estudios de Posgrado e investigación, 2013.
- [19] SEYDEL, RÜDIGER, *Practical Bifurcation and Stability Analysis*, Springer, Third Edition, 1990.
- [20] HALE, JACK K. & KOCAK, HÜSEYIN, *Dynamics and Bifurcations*, Springer-Verlag NewYork, 1991.
- [21] ALLGOWER, EUGENE L. & KURT GEORG, *Numerical Continuation Method*, Colorado State University, Colorado, 1990.
- [22] MANWELL, J.F.; MCGOWAN, J.G.; ROGERS, A.L., *Wind Energy Explained Theory, Design and Aplication*, Wiley, Second Edition, 2009.
- [23] PULGAR PAINEMAL, HÉCTOR A.; GÁLVEZ-CUBILLOS, RICARDO I. *Limit-induced bifurcation by wind farm voltage supervisory control*, Electric Power Systems Research, Vol.103, pp.122–128, 2013.
- [24] ZULLI, DANIELE & LUONGO, ANGELO *Bifurcation and stability of a two-tower system under wind-induced parametric, external and self-excitation*, Journal of Sound and Vibration, Vol.331, pp.365–383, 2012.
- [25] ZHEN LI; SIU-CHUNG WONG; CHI K. TSE & GRACE CHU *Bifurcation in Wind energy Generation systems*, International Journal of Bifurcation and Chaos, vol. 20, no. 11, PP.3795–3800, 2010.